Економски институт Бања Лука

МНОГОСТРУКОСТИ

Избори живог и неживог света

Растко Вуковић

18

Завршна верзија!

Растко Вуковић
МНОГОСТРУКОСТИ – Избори живог и неживог света
Економски институт Бања Лука, 2018.
https://archive.org/details/Mnogostrukosti

Лектори:

Горан Дакић – граматика,
Душко Милинчић – информатика,
Александра Радић – физика.

The first translation:

Rastko Vuković
MULTIPLICITIES – Choices for animate and inanimate
Economic Institute Banja Luka, 2018
https://archive.org/details/Multiplicity_Rastko

Предговор

Текстове који следе писао сам чекајући рецензије књиге „Квантна механика“ (в. [1]). Овде је део тамошњих тема обрађених веома другачије, скоро сасвим без формула, али и тема из још две претходне књиге: „Простор-време“ [2] и „Информација перцепције“ [3]. Много је раније изашла књига „Природа података“ [4], као филозофски аспект њој претходне „Математичке теорије информације и комуникације“ [5]. За разлику од прве две књиге са наизглед независним темама, следеће три су једна прича у три наставка.

Ужи циљ писања је мотивација која би се можда лакшим погледом на ове тешке проблеме могла појавити код понеког будућег истраживача. Зато ћете у тексту пронаћи и неку врсту инспиративних „доказа“, за разлику од оних сувопарних каквих има довољно у осталим мојим радовима. Њих сматрам занимљивим допунама самој теорији, а не маном. Примарна је жеља да ову проблематику приближим и мање упућенима.

Ово је теорија о супстанцијалном свету физике који је веома занемарљив део светских законитости, привремено називан реалношћу унутар псеудо-реалности, а онда и о живим бићима која су скоро безначајни делови целокупног материјалног окружења. То је покушај повезивања математике, физике и живота на егзактан, или бар на озбиљан природно-филозофски начин.

Растко Вуковић,
Бања Лука, лето 2018.

Садржај

Предговор 3
Врховна воља 7
Ауторитет 8
Различитости 11
Неодређеност 15
Слобода 18
Мултиверзум 21
Предодређеност 24
Вероватноћа 25
Теорија хаоса 28
Опажање 31
Настајање садашњости 34
Димензије времена 37
Ентропија 40
Псеудо-истина 43
Светлост 46
Васиона 47
Квантна спрегнутост 50
Интерференција таласа 53
Сила 56
Гравитација 59
Електромагнетизам 62
Амплитуде 62
Таласне дужине 63
Преламање и одбијање 64
Спин 65
Двострука ротација 66
Маса фотона 66
Ексцентрични фотон 67
Дејство 68
Организација 71

Интелигенција 72
Равноправност 75
Развојност 78
Поговор 81
Додатак 82
O kontinuumu, konačnosti i Platonu 82
Koliko su realni brojevi zaista realni? 82
Koliko ima dimenzija? 86
Sa stanovišta fizike 90
O percepciji slobode 90
O dimenzijama 91
Литература 94

Врховна воља

Када је са војском прелазио реку Рубикон 49. године пре нове ере, границу између римских провинција и Цисалпске Галије, Гај Јулије Цезар наводно је рекао: *„Alea iacta est*!“ (коцка је бачена). Он је већ био прослављени војсковођа у покоравању великих делова западне Европе, а сада је кршио закон Сената намењен заштити Рима од унутрашњих војних претњи. Можда он лично или каснији наратори који су генерала правдали додајући му поменуту легендарну изјаву хтели су рећи да је судбина тако одлучила, скидајући део његове одговорности за догађаје који су уследили.

Многи сенатори су напустили Рим, јер нису знали да Цезар има свега једну легију са собом наспрам Помпеја, браниоца Рима, који је тада имао много већу војску а којем је Цезар нудио преговоре и могућност да обнове савезништво. Као што знамо, Помпеј је ту понуду одбио и након пораза у битки код Фарсала побегао је у Египат. Цезар је затим код Нила поразио и Птолемеја XIII и управу над Египтом препустио Клеопатри VII. Потом је победио и понтског краља Фарнака II у бици код Зеле, 47. п.н.е. Након те битке послао је сенату чувену поруку *„Veni, vidi, vici*!“ (Дођох, видех, победих). У међувремену је Помпеј убијен у Египту наређењем Потинуса, фараоновог евнуха.

У периоду од око 509. п.н.е. па до Цезара, тачније до реформи које је спровео Октавијан Август у последње три деценије првог века п.н.е, римска држава била је Република. Затим је постала Царство, које је на западу трајало до 476. а на истоку до пада Византије 1453. године.

Оптуживање коцке за Цезаров прелазак Рубикона нама нешто говори о религиозности Римљана. Сенат (лат. *Senatus*) или веће стараца развио се од већа родовских старешина. То је стара римска институција, која је за време краљева имала велики углед и моћ, а у време Републике до владавине Цезара мишљење Сената је било врховна санкција. Тамо је одлучивано о финансијама, ратној политици, управама у провинцијама, а решавана су и религијска питања. Римљани су преузимали обреде бројних божанстава народа под својом влашћу, страхујући од божанског беса, како против појединца тако и против државе.

Рећи Римљанима да је одлучила коцка значило је приписати своју одлуку судбини и вољи вишој од Сената. У том начину кршења закона Сената огледа се генијалност изјаве „коцка је бачена“, због тога је могуће да ју је Цезар заиста изговорио. Ако је Сенат икада покушао манипулисати народом помоћу богова, тада је и сам био изманипулисан.

Поред богова, сенатора и диктатора, важан део ауторитета Рима било је и римско право. Оно је засновано на Закону дванаест таблица (лат. *Leges Duodecim Tabularum*), зборнику који је остајао непромењен током целокупног трајања Рима. Оригинални текст Закона дванаест таблица није сачуван, али јесу копије. Римљани су до краја били фанатично одани својим Законима. Учили су их напамет у школама, а сви значајни римски правници цитирали су их у својим делима.

Ауторитет

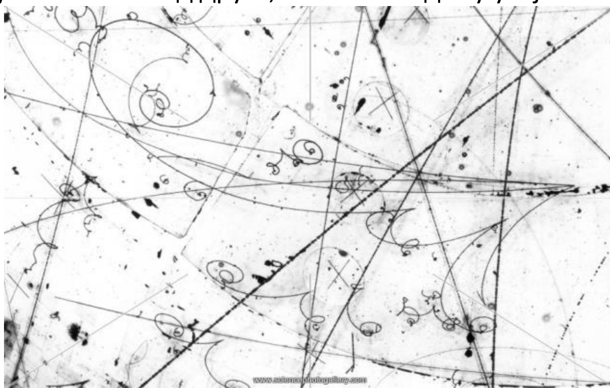
Ауторитет (лат. *auctoritas*) уобичајено значи концепт основног права да врши власт, који држава може формализовати и дати судијама, монарху, владарима, полицијским службеницима, другим именованим руководиоцима власти или црквеним или свештенички постављеним представницима више духовне силе (Бог или друга божанства). Израз ауторитет такође означава академско знање о одређеној области (ауторитет у датом предмету) или се односи на оригиналну или природну обавезу (ауторитет оца).

Оно што овде наглашавамо је способност ауторитета да буде критеријум за доношење одлука, да може бити препрека самовољи, односно да је у стању да ограничава и усмерава слободе.

Апстрахован од носиоца, сам за себе, ауторитет представља објективну појаву. Попут камена који је некада препрека на путу, а некада користан грађевински материјал. Са академским знањем пишемо стручније књиге, са религијским ауторитетом привлачимо вернике, према полицијском службенику односимо се другачије него према другим грађанима који би од нас тражили идентификацију. Ауторитет војсковође Цезара када је прелазио Рубикон чинио је да сенатори беже из Рима, чак и не знајући са колико војске он располаже и пре него што се десио први сукоб. У истом смислу је објективно и оно што чинимо када нема забрана.

Објективност је централни филозофски концепт. Објективна средства се дефинишу као независна од перцепција, па објективност значи својство да се буде „независно од наше моћи“, што је помало непрецизно за тумачења која би нам требала у теоријској физици и математици. Као побољшање такве дефиниције кажемо да је објективно „оно што може утицати“ на наше одлуке, понашање или околину.

Честице које узајамно интерагују мењају се једна у зависности од друге, па кажемо да су узајамно објективне. Ако су прва и друга честица узајамно објективне, а такође друга и трећа, онда су прва и трећа честица узајамно објективне. Формално кажемо да је објективност транзитивна (преносива) релација. Способност узајамне интеракције је симетрична тако да је и објективност симетрична. Коначно, када сваку појаву сматрамо саму за себе објективном, то је објективност уједно и рефлексивна. Релацију која је рефлексивна, симетрична и транзитивна у алгебри називамо релацијом еквиваленције. Слично је и са релацијом „бити реалан“.



Објективност и реалност дефинишемо помоћу интеракције, али реалност и интеракција нису идентични појмови. Ово ћемо лакше разумети када приметимо да два фотона (честице светлости) не интерагују међусобно, а да фотон и електрон (честица негативног наелектрисања) интерагују. Пошто први фотон и електрон интерагују они су узајамно реални, а такође су реални и електрон и други фотон, па су због транзитивности узајамно реални и два фотона, иако они и даље не интерагују непосредно.

Овако дефинисана реалност, помоћу способности узајамног утицаја, јесте релативна. Када је изабран први субјект, елемент реалности, скуп свих реалних елемената формира се тако да су реални у односу на почетног. То значи да је формално могуће замислити егзистенцију „паралелних реалности“, скупова који чине узајамно реални елементи, али ни један елемент из једног од таквих скупова није реалан са било којим елементом из неког другог скупа. Међутим, један елемент може бити изван досега утицаја другог, а да при томе није и обрнуто. Због таквих нам је потребан и појам псеудо-реалности.

Богови су псеудо-реални, ако заиста постоје тако да су недодирљиви за нас али могу да утичу на нашу судбину. Питагорина теорема[1] је псеудо-реална. Свака математичка истина и природни закон могу да утичу на нас, али их ми не можемо променити, па зато и за њих кажемо да су псеудо-реални. Псеудо-реална је прошлост. Показаће се да ово „претеривање“ са прецизношћу може помоћи у схватању физичког света.

Из наведених примера наслућујемо колико је практично посматрати ауторитет са становишта утицаја на друге, односно као способност за усмеравање туђих слобода.

На исти начин објашњен, интеракцијама физичких честица, новац постаје објективан. Вредност новца може мењати нас и нашу околину, али и ми својим радом можемо производити неку властиту новчану вредност, односно мењати вредност друштва, па тиме и дефиницију вредности новца. Када одстранимо кованице и банкноте, које су у савременом свету све употребно мање битни носиоци новца, његова вредност је ментална ствар која постоји искључиво у заједничкој људској машти. Новац је договорено фиктивно средство замене које људима омогућава да претворе вредности много тога у много шта. Пошто је гарант речене замене држава, новац постаје врста ауторитета. Додатно, од посредног средства новац може бити и сам себи циљ, рецимо у банкарству или за особе које га стичу не размишљајући о његовој конкретној замени.

Тако долазимо до разумевања следеће особине ауторитета – животности. Попут Цезара, сенатора или било којег живог бића које не жели да умре, апстрахован ауторитет показаће макар занемарљиво малу такву особину. У случају римског права то видимо у обавези примењивања. На пример, у првој таблици Закона стоји: „Ако је неко позван на суд, нека иде. Ако не дође, нека се позову сведоци, затим нека га приведу. Ако покуша да превари или да бежи, нека га приведу“. Данашње право је још животније због прилагођавања текућим околностима и нарастању.

Живо биће дефинишемо као оно које може да доноси одлуке. Не дефинишемо појам одлуке, осим као бирање неке од више могућности. Према томе, овај приступ није суштински, где се на

[1] „Квадрат над хипотенузом, то зна свако дете, једнак је збиру квадрата над обе катете“ – Бранислав Нушић, Аутобиографија, в. [6].

свако „зато“ поставља ново „зашто“, већ формалан. Када престанемо питати шта се сабира и бавимо се самим сабирањем апстрахованих бројева, тада се престајемо бавити филозофијом количина и прелазимо на алгебру.

Па ипак, шта год биле те одлуке и начини доношења, дефиницијом се имплицира да постоје опције. А оне су заиста ту, на разне начине. Познајемо више стотина доказа исте Питагорине теореме. Математика сведочи да је могуће на различите исправне начине из јединствених истина изводити неке друге такође јединствене истине. Има разних теорема, различитих новчаних вредности, разни ауторитети се такмиче за превласт, па је оправдано подразумевати да постоје, уопште речено, различити избори.

Аровљева[2] теорема немогућности показује немоћ критеријума, јер је појам „најбољег“ избора чешће нејасан него што то очекујемо. Размотримо то на примеру у следећој табели. Рецимо да свака од комисија X, Y, Z направи своју топ-листу кандидата A, B, C. За комисију X, најбољи кандидат је A, најлошији C. За комисију Y најбољи је C, најлошији B, а за комисију Z најбољи је B, најлошији A. Кандидати могу бити политичари, лица на конкурсу за посао, фирме на тендеру.

	A	**B**	**C**
X	1	2	3
Y	2	3	1
Z	3	1	2

Скор је нерешен, па гледамо по паровима. Бирајући између A и B, комисија X одлучиће се за A, комисија Y такође за A, али комисија Z за B, па побеђује A гласањем 2:1. Сличним гласањем у пару B са C побеђује B, а у пару A против C побеђује C. Дакле, кандидат A је бољи од кандидата B, кандидат B је бољи од кандидата C, а кандидат C је бољи од кандидата A. Опет нерешено!

Веома поједностављен пример, али довољан да схватимо слабост критеријума, нарочито у случају превида неке „ситнице“ у мноштву. Зато најбогатији нису увек најбољи студенти економије, нити су најоригиналнији увек са „неопходним“ квалификацијама. Тако виђамо „проверене“ и ушушкане програме за економски или други развој, а ствар не иде па не иде, а онда одједном и неког „неправедно“ успешног. На неразумевању ограничености критеријума настају и теорије завера, па и многе друге заблуде. Али, оно што из свега тога ипак имамо као закључак је да избори и могућности могу постојати и тамо где их не тражимо.

Дуга историја Рима почела је са Законом дванаест таблица, са идејом равноправности[3], на коју се надовезао Сенат. Након неколико стотина година, након Цезара, врховну вољу Рима имали су императори, да би се пред крај царства ауторитет селио на хришћанство и равноправност људи пред Богом. Током следећих векова на западу је растао ауторитет Католичке цркве, до инквизиције и нових идеја слободе и равноправности. То је био дуги период владавине монархија. Сада, после тих искустава и открића Аровљеве теореме немогућности, знамо да не требамо журити са оценом који је од тих друштвених система био најбољи.

[2] Kenneth Arrow (1921-2017), амерички математичар.
[3] Прва таблица, ставка 4: За слуге и робове, за угледне и штићенике, нека важи исто право.

Различитости

Светом владају непроменљиви закони од којих смо тек упознали мали део, али довољан за разумевање да огромно мноштво његових различитости једва наслућујемо. Први део ове реченице иде уз Геделову[4] теорему о потпуности, коју је он доказао 1929. године, а која и није предмет овог поднаслова: „У предикатском рачуну првог реда[5] свака логички ваљана формула је доказива“. Други део те реченице, који нам је за сада интересантнији, изражава суштину Геделове теореме о непотпуности из 1931. године. Парафразирам: „За било коју формалну теорију која потврђује основне аритметичке истине, може се конструисати аритметичко тврђење које је истинито али није и доказиво унутар саме те теорије“. Другим речима, било која теорија која је способна да изрази елементарну аритметику не може бити у исто време и конзистентна и потпуна. Опсег тих бесконачности, наравно, није само у бројевима, али су бројеви најпознатији и зато најзгоднији објекти за причу о различитостима.

Скуп природних бројева, у математици означен са $\mathbb{N} = \{1,2,3,\dots\}$, чини „пребројиво бесконачно“ много различитих елемената. Њихову количину, која се за бесконачне скупове назива „кардинални број“, означавамо са $\aleph_0$ (алеф нула). У самом овом опису изречено је неколико веома математичких израза које ћу покушати објаснити са минимално математике. Прво изненађење за не-математичара је да проблем са разумевањем теорема нису ни близу голе формуле, ознаке или дефиниције колико је то начин размишљања математичара. Пре свега, то је схватање доказа.

$$
\begin{aligned}
1 \cdot 8 &= 8\\
11 \cdot 88 &= 968\\
111 \cdot 888 &= 98568\\
1111 \cdot 8888 &= 9874568\\
11111 \cdot 88888 &= 987634568\\
111111 \cdot 888888 &= 98765234568\\
1111111 \cdot 8888888 &= 9876541234568\\
11111111 \cdot 88888888 &= 987654301234568\\
111111111 \cdot 888888888 &= 98765431901234568\\
1111111111 \cdot 8888888888 &= 987654321791234568
\end{aligned}
$$

За разлику од природних и друштвених наука, математика се бави апсолутним истинама и само са њима. Како је то могуће? Апсолутне истине не постоје то је нешто што се може чути из бранше политике, друштвених догађаја или права – јер истина је релативна, некада оваква, а некада онаква. Међутим, древни Грци су тај проблем „релативне“ истине давно решили приметивши да се из нетачног тачном дедукцијом може извести и тачно и нетачно, а из тачног само тачно. И ту су врата ка сазнавању апсолутне истине која нам је природа одшкринула.

Када из дате претпоставке можемо извести и тачно и супротно, нетачно тврђење, тада кажемо да смо дошли у контрадикцију и изводимо закључак да је негација претпоставке тачна. Ако је претпоставка у контрадикцији, она је нетачна, али је тачна њена негација, јер треће не постоји (лат. *tertium non datur*). То је суштина доказивања методом контрадикције, откривена у античкој Грчкој, која је у почетку математике скоро једина и кориштена. Зато су математичарима толико важне претпоставке, за разлику од других истраживача.

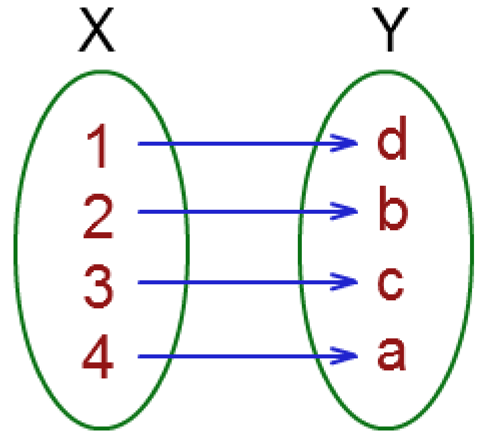
---

[4] Kurt Gödel (1906-1978), аустријско-амерички математичар.

[5] Логика првог реда или предикативни рачун првог реда је формални систем који се користи у математици, филозофији, лингвистици и рачунарству.

Погледајмо сада зашто кажемо да бројева из скупа $\mathbb{N}$ има пребројиво бесконачно много. Рецимо да бројимо куглице у кутији. Вадимо једну по једну. Када извучемо прву куглицу кажемо „један“, када извучемо другу кажемо „два“, са трећом кажемо „три“ и тако даље, ма колико да је куглица, природних бројева не може недостајати. Зато кажемо да је скуп природних бројева бесконачан, а кажемо да је пребројив зато што их можемо бројати.

Формално гледајући, бројање је обострано једнозначно придруживање природних бројева редом елементима датог скупа, као на слици десно. Када год можемо елементе једног скупа пребројати елементима другог скупа, а да ни један елемент у неком од два скупа не остане вишка или мањка, онда кажемо да та два скупа имају једнак број елемената. Придруживање називамо и пресликавање, а то обострано једнозначно пресликавање називамо и бијекција. Концепт пресликавања је толико једноставан да се непосредно преноси на бесконачне скупове, с тим што количине елемената бесконачних скупова називамо кардиналним бројевима. Први најмањи од кардиналних бројева је поменути алеф нула.



Скуп целих бројева, $\mathbb{Z}=\{\dots,-2,-1,0,1,2,\dots\}$, има једнако много елемената као и скуп $\mathbb{N}$, тј. алеф нула. Ово постаје видљиво када целе бројеве пишемо у облику једног пребројивог низа, $\mathbb{Z}=\{0,1,-1,2,-2,\dots\}$, који се тако може „бројати“, што значи придруживати скупу природних бројева на начин бијекције. Даље ћемо доказати да и разломака са целобројним бројником и називником такође има $\aleph_0$. Такве разломке називамо рационалним бројевима, а њихов скуп означавамо словом $\mathbb{Q}$.

Сваки рационалан број можемо писати у облику $\frac{z}{n}$ где је називник (доњи) било који природан број, а бројник (горњи) било који цели број. Посматрајмо само позитивне разломке и то само оне чији је збир бројника и називника нека константа $k = z + n$. На пример, за $k = 5$ имамо четири разломка $\frac{1}{4},\frac{2}{3},\frac{3}{2},\frac{4}{1}$. Јасно је да узимајући редом бројеве $k = 2,3,4,\dots$добијамо све могуће позитивне рационалне записе, а да се нити један од њих не јавља два пута. Њих можемо низати ради пребројавања. Према томе, скуп позитивних рационалних бројева је пребројиво бесконачан. Када на почетак тога низа ставимо нулу, а поред сваког позитивног у низ уметнемо њему негативан разломак, опет добијамо пребројив бесконачан низ. Тако доказујемо да је $\aleph_0$ кардинални број и скупа $\mathbb{Q}$. Ови докази су били једноставни, јер су коришћене једноставне претпоставке, довољно очигледне да нам метода контрадикције није била потребна.

Следећи већи скуп чине ирационални бројеви. То су корени бројева који нису потпуни степени природног броја (нпр. $\sqrt{2} = 1{,}41421\dots$) или трансцедентни бројеви (нпр. $\pi = 3{,}14159\dots$, или $e = 2{,}71828\dots$), који нису решења полиномских, тзв. алгебарских једначина. Доказаћемо да их има више од $\aleph_0$. Када ирационалне бројеве допунимо рационалним (разломцима) добијамо скуп

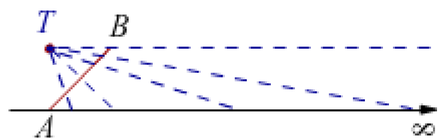
реалних бројева, ознаке $\mathbb{R}$. Не изненађује да скуп реалних бројева има исти кардинални број као и скуп ирационалних, јер истресајући лавор воде у језеро оно и даље остаје језеро. Мало је чудније да постоји бијекција између свих реалних бројева и његовог непразног интервала, рецимо реалних бројева већих од нуле и мањих од један, па ћемо и то доказати.

Кардинални број скупа ирационалних бројева једнак је кардиналном броју скупа свих реалних бројева и једнак је сваком непразном интервалу реалних бројева. Тај кардинални број називамо континуум и овде[6] означавамо са ∞. Да бисмо избегли измишљање нових термина ми и скупове тачака реалне осе бројева такође називамо континуум, не само зато што их има исто колико и реалних бројева, него и зато што их је могуће формално поистоветити.

Методом контрадикције доказујемо да скуп реалних бројева, са интервала од нуле до један, није пребројив. Претпоставимо супротно, да се скуп свих таквих бројева може поредати у низ бројева, а затим приметимо да за сваки број из датог интервала постоји децимални запис у облику $0,c_1c_2c_3...$ где су слова c_n редом за индексе $n = 1,2,3,...$ цифре декадног бројног система. Дакле, свако $c_n \in \{0,1,...,9\}$. Из тог низа уочимо први број и његову прву децималну цифру заменимо било којом другачијом децималном цифром, $c_1 \to d_1$. Учинимо слично са другим бројем и другом децималном цифром $c_2 \to d_2$, затим са трећом $c_3 \to d_3$ и тако даље, $c_n \to d_n$, при чему за свако поједино $n = 1,2,3,...$ је $c_n \neq d_n$. Добили смо неки реалан број $r = 0,d_1d_2d_3...$ који је такође из интервала од нуле до један. Међутим, r није ни један од бројева из датог низа!

Наиме, нови број припада истом интервалу, $r \in (0,1)$, али се од првог броја датог низа разликује по првој децимали, од другог се разликује по другој децимали, од трећег по трећој и тако даље, од *n*-тог броја датог низа r се разликује по *n*-тој децимали. То је контрадикција са претпоставком да су у датом низу сви реални бројеви датог интервала. Према томе, претпоставка је нетачна, односно тачно је да се ти реални бројеви не могу поредати у један (бесконачни) низ.

Другим речима, скуп реалних бројева интервала од нула до један је непребројиво бесконачан, па



је поготово скуп свих реалних бројева непребројиво бесконачан. Даље, помоћу слике лево, доказујемо да постоји бијекција тачака дужи *AB* и полуправе $A\infty$, пројектовањем из тачке *T*. Ако је *AB* јединични интервал реалних бројева а та полуправа полу-оса реалних бројева, онда је исти континуум кардинални број оба скупа. Посебно то значи да највише пребројиво бесконачно много континуума опет дају континуум елемената, те да две полуправе (цела бројна оса) такође имају континуум тачака.

Ово је само део познате математичке приче о бесконачностима, нама више него довољан за почетак. Може се доказати да постоји бесконачно много кардиналних бројева којима се нећемо бавити, као и то да су неки од њих опциони. Може се као аксиом увести да постоји кардинални број између алеф нула и континуума или да не постоји и свеједно ћемо добити непротивречну

[6] Прецизније, c – continuum.

теорију (скупова). То је зато што постоје независне апстраховане истине које можемо допуњавати независним аксиомама и добијати детаљније теорије.

О томе говори Геделова теорема о непотпуности. Ма колико нових истина додавали теорији као независне аксиоме, увек ће постојати истине које су доказиве, али не из теорема дате теорије. Колико збуњујуће ово показује и да су тражења истина много сложенији проблеми него што смо икада могли претпоставити, а опет, да су нам доступна.

Одраз тих светова бесконачних истина је материјални свет. Намерно не кажем Платонов свет идеја, јер говоримо само о оним његовим деловима који су истинити искази. Друго, не постоји скуп свих скупова (Раселов парадокс), па нема смисла говорити о једном свету истина који садржи све, као што нема смисла говорити о теорији свих теорија (Геделова теорема) или рецимо о формули свих формула. Толико је много тачних исказа. Како подразумевамо да материјални свет такође мора бити грађен као тачни искази, то се сада намеће важно питање: зашто су физичка својства увек у коначним скуповима?

Очигледно је да су сва материјална својства неки коначни скупови. О томе обично не расправљамо, него прећутно прихватамо, као и претпоставку да природне науке теже сазнањима која су тачна. Науку затим сматрамо егзактном ако појам „тачног“ сматрамо еквивалентом „истинитог исказа“ математике. Према томе, претходно постављено питање гласи: постоји ли нека логичка веза између математике бесконачности и егзактних наука о материјалном због које се оне своде на саме коначне скупове? Наравно да постоји.

Када поделимо скуп целих бројева, на позитивне и негативне, добијамо два скупа оба кардиналног броја једнаком кардиналном броју почетне целине. То је општа особина свих бесконачности: можете их делити чак и на бесконачно много (различитих) делова, а да у сваком парчету добијате једнако много елемената као што их је било у целини. Математичари су се много играли са таквим поделама. На пример, откривене су поделе тела на свега неколико скупова са тако пробраним бесконачним мноштвима тачака да се, без промена узајамних удаљености тачака унутар одвојених скупова, крутим премештањем могу склопити два тела тачно једнака почетном. Пренесено у свет физичке супстанце слична расклапања и склапања долазе у контрадикцију са законима одржања[7], што значи да у материјалном свету нема бесконачних скупова.

Банах-Тарски парадокс је теорема из теорије скупова и геометрије која тврди следеће: „Ако је дата произвољна лопта у тродимензионалном простору, онда постоји разлагање (декомпозиција) лопте на коначан број дисјунктних (без заједничких тачака) скупова, од којих се онда могу саставити две идентичне копије оригиналне лопте“. Склапање је процес који подразумева само померање делова као и њихово ротирање, без мењања њиховог облика. Међутим, сами делови нису „геометријска тела“ у уобичајеном смислу, већ бесконачна дисперзија (расејање) тачака. Реконструкција може да ради са само пет делова (в. [7]).

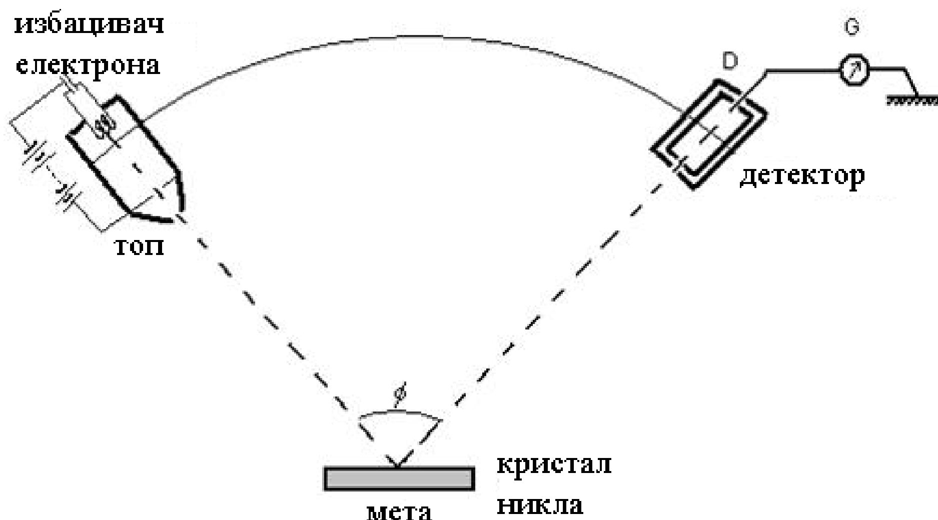
[7] Енергија не може из ничега настати нити у ништа нестати, него се може само трансформисати из једног облика у други. Слично важи за масу, импулс, спин.

Неодређеност

Принцип коначности материје, који смо управо установили, каже да је свако материјално својство коначно. За материју не постоји могућност бесконачних подела, тако да је она увек атомизирана, квантована, кваркована. Међутим, у позадини тих корпускула увек је апстрактни свет истина, па ће оне у сличним међусобним односима давати сличне непосредне последице. Како је број тих корпускула, односа и последица увек коначан, коначан је и број њихових комбинација, па су све материјалне појаве пре или касније (приближно) периодичне.

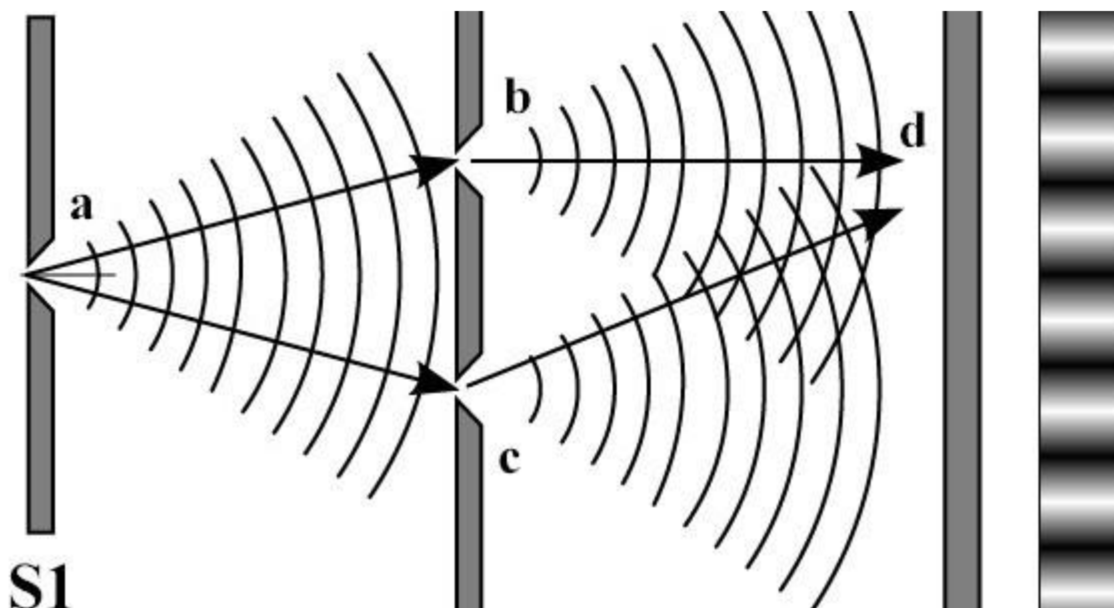
Зато материјалне честице увек имају и таласну природу. Фотони (честице светлости), електрони (честице негативног електричног набоја), атоми, па и већа тела, увек имају позитивне таласне дужине, утолико мање што су им маса и брзина веће. То се може егзактно доказивати помоћу развоја произвољне функције материјалног својства у Фуријеов ред тригонометријских функција, када то својство постаје периодично, јер су услови за тај развој, због принципа коначности, увек задовољени. Експерименталне доказе овог тврђења налазимо у физици са једном по једном врстом честица.

Корпускуле електромагнетног зрачења су фотони, али су та зрачења и трансферзални таласи (који осцилују окомито на правац кретања) различитих таласних дужина. Обично онај део тог спектра који опажамо чулом вида називамо светлост. Први експериментални докази таласне нарави светлости били су дифракцијом (простирање кроз отвор или око препреке) и интерференцијом (појачавањем или смањивањем опажене јачине). Сви електромагнетни таласи могу путовати вакуумом, а њихова трансферзална природа се доказује поларизацијом (слабљењем проласком кроз решетку).



На слици је шема Дејвисон-Џермеровог експеримента из 1932-1937. године којим је доказана таласна природа електрона. Електрони избачени из „топа“ погађају „мету“ од кристала никла одбијајући се и расипајући под различитим угловима ϕ, које хвата детектор. То је био и један од првих доказа Луј де Бројеве хипотезе из 1924. године о таласно-честичној дуалности, а затим и камен темељац квантне механике.

Други начин експерименталног доказа таласне природе честица је чувени експеримент „двоструки отвор“, приказан на следећој слици. На плочи **S1** налази се извор таласа **a** (фотони, електрони), који стижу до друге плоче са два уска отвора **b** и **c**, иза којих се шире и интерферирају. Трећа плоча је детектор **d**. Она акумулира приспелу енергију зрачења и након дужег времена показује траке слабијих и јачих интензитета. Расподела интензитета одговара интерференцијама таласа и није објашњива самим честицама.



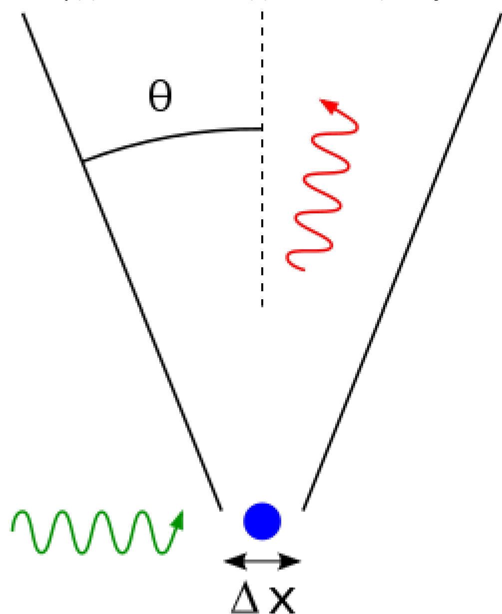
На сцену ступа физика. Де Бројеву (хипо)тезу о таласно-честичним особинама светлости и електричне струје одавно сматрамо провереном. Он је установио да је производ таласне дужине (λ – дужина једне осцилације дуж правца кретања) и импулса ($p = mv$ – производ масе и брзине) једнак Планковој константи ($\lambda p = h$), толико малом броју да је таласна дужина масивнијих и бржих тела занемарљива и практично немогућа за измерити. Стога његова теза има више теоријски значај, али која се за сада одлично уклапа у ширу слику квантне физике.

Када нема праволинијског кретања, честица не мирује него осцилује у месту у оквиру своје таласне дужине. Трајање једне осцилације (τ) реципрочно је фреквенцији ($f = 1/\tau$), броју осцилација у јединици времена, па за брзину таласа, пређени пут за дато време, опет узимамо количник дужине једне осцилације и трајања те осцилације ($v = \lambda/\tau$). Како у стању осциловања око једног места, тако и при праволинијском кретању, брзина таласа је производ таласне дужине и фреквенције ($v = \lambda f$).

Енергија је збир потенцијалне и кинетичке енергије ($E = E_p + E_k$). Кинетичка енергија је пропорционална маси честице и квадрату брзине (тачније $E_k = mv^2/2$), а у случају поменутог осциловања можемо узети да је она приближно једнака потенцијалној, па из де Бројеве хипотезе следи да је опажена енергија честице обрнуто пропорционална трајању опажања ($E\tau = h$).

Укратко, ово је скица доследности де Бројевевог открића о дуалној природи таласа-честица и открића квантне механике која су затим уследила. Што је већа таласна дужина честице мањи је њен импулс. Таласну дужину чине места по којима је честица „размазана“ у датом тренутку, па је производ неодређености положаја честице и њеног импулса константан. Доследно, производ неодређености енергије честице и времена њеног опажања једнак је истој константи. То су Хајзенбергове[8] релације неодређености откривене 1925. године, дакле само годину дана након Луј де Бројеве хипотезе.

Потврда истог се види на скици Хајзенберговог микроскопа лево. Фотоном гађамо електрон дуж апсцисе (x-осе). Што је краћа таласна дужина (λ) фотона, то ће бити измерен положај погођеног електрона са мањом неодређеношћу ($\lambda \approx \Delta x$). Али тада је већа неодређеност размењених импулса фотона и електрона ($\Delta p \Delta x \approx h$), па је утолико неодређенији импулс самог електрона.



Даљим открићима квантне механике развијан је алат теоријске физике за потврду Хајзенбергових релација, па су оне постале „принцип неодређености“, увек везан за производ неодређености положаја и импулса, односно времена и енергије. Али ја сам математичар па сам те потврде (или оспоравања) морао тражити и на другој страни.

На пример, на почетку овог поднаслова стоји да сваку функцију, у условима материје, можемо представити и Фуријеовим редом помоћу збира (интерференције) синусоида. Отуда смо извели закључак о дуалности талас-честица, који сматрам једнако важним као и саму де Бројеву хипотезу и њене касније експерименталне доказе. Међутим, свака функција се у истим условима може развити и у ред полинома (Тејлоров), па и у другачије фрагменте разних функција математике.

Поука из тога је да не постоји одређена синусоида таласања таласа-честица. Луј де Бројеви таласи су неодређено расипање честице по положајима дате таласне дужине! Такође, то су неодређена појављивања честице током трајања дате осцилације. Ми, дакле, можемо говорити само о вероватноћама нашег опажања честице и евентуално о опажању вањског света од стране честице. Првој одговара добро познати Борнов закон, који каже да квадрат амплитуде осцилација представља вероватноћу налажења таласа-честице на датом месту мерењем. Друга вероватноћа је мање актуелна за квантну физику: таласна дужина опада са шансама да се кретање таласа-честице деси у датом правцу.

Обе вероватноће, изведене из амплитуде и таласне дужине, важне су за разумевање догађаја у микро-свету, а затим и у макро-свету физике. Прва је данас централно место класичне квантне механике, а другу везујемо за де Бројеву хипотезу.

[8] Werner Heisenberg (1901-1976), немачки теоријски физичар.

Слобода

Зато што су правац кретања, брзина и импулс вектори, Хајзенбергове релације неодређености говоре о неодређености положаја и импулса дуж неког правца. Исти је смисао таласне дужине и импулса таласа. У оба тумачења производ та два је константан. То не треба бркати са неодређеношћу положаја дуж једне осе кретања и импулса дуж друге, које су независне величине. Да бисмо исцрпили ову тему, макар само на овакав шире разумљив начин, треба приметити и формалну везу Хајзенбергове неодређености неживог са живим светом.

Укупне перцепције живог бића, добијене путем чула и интелекта, посвећене су слободама појединаца и њиховом раду у оквиру друштвене организације којој припадају. Мрави и трава немају исте перцепције тла на којем се налазе. Они зато могу бити у односима који се допуњавају. Мрави и мрави (различитих колонија) могу бити у сукобу управо зато што имају сличне перцепције, што полажу исто (слично) право на ресурсе, зато што су равноправни. Дакле, равноправност у оквиру истих перцепција генерише сукобе. То је важан и неочекиван закључак књиге „Информација перцепције“ [3]. Али, о њему ћемо касније.

Слобода живог бића је количина располагања опцијама. Грубо речено, слобода је нека врста информације, односно количине неизвесности. Наставак познатих дефиниција. Пре него што бацимо фер новчић, имамо неизвесност чија је количина тачно једнака информацији добијеној након бацања новчића (логаритам броја два). Пре него што бацимо фер коцку имамо неизвесност, количине тачно једнаке информацији коју добијамо са исходом бацања (логаритам броја шест). Сматрамо ли неизвесност врстом информације, једноставније ћемо изрећи закон конзервације физичке информације: информација не може ни из чега настати нити ни у шта нестати, него се може само трансформисати из једног облика у други[9].

[9] Слично важи за енергију.

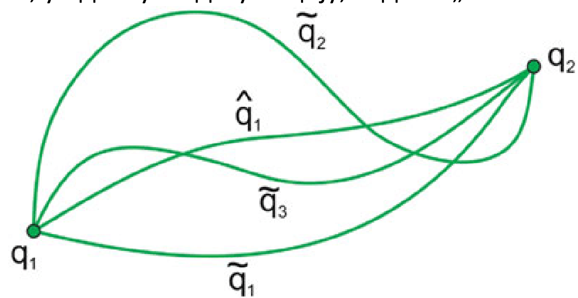
Када би једном произведена информација могла тек тако нестати, ми се уопште не бисмо могли поуздати у експерименталне доказе. Ако се она може враћати у стања неизвесности, рецимо интеракцијама честица, онда то неће бити у конфликту са претходном одредницом информације, нити са изреченим законом њене конзервације. Такође, вађење информације део по део из неодређености сложиће се са овим законом. Сабирање информација је еквивалент реализације различитих случајних догађаја. Исходи бацања (фер) новчића и коцке су 12 равноправних парова догађаја чија информација је једнака збиру информација самог новчића и саме коцке ($\log 12 = \log 2 \cdot 6 = \log 2 + \log 6$). Према томе, информација је величина коју можемо мерити попут масе, потрошене електричне енергије, воде. Томе се надао Хартли[10] откривши информацију.

Надовезујући је на слободну вољу и информацију видимо као нешто реално, физикално. Ни пре овог открића нисмо сумњали да су организације које ограничавају слободну вољу такође реалне, али сада можемо извести закључак да је за дефинисање слободе појединца важна како његова способност коришћења датих опција, тако и способност околине да му те опције ускрати. Прву од поменутих способности назвао сам „интелигенцијом“ појединца, другу „хијерархијом“ окружења[11]. Показује се да су обе вектори, са паровима одговарајућих компоненти.

Аналитички гледано, рашчлањени на одговарајуће компоненте, слобода и неслобода долазе у паровима. У сваком пару је по једна компонента интелигенције, способност коришћења дате опције, множена одговарајућом компонентом хијерархије, способношћу окружења да ограничи ту опцију. Збир тих производа је информација перцепције, слобода или животност.

На пример, одлуци да пређе преко Рубикона супротстављен је закон Сената. Управо зато што су ове вредности супротстављене, воља Цезара и забрана Сената, више сваке од њих повећавају вредност животности, даје већу вредност карактеру Цезара. Ако смо разумели да је он био снажна личност зато што је одважно газио препреке, онда се намеће закључак да је особа која се клони сукоба спутана, у смислу да има мању количину поменутих слобода, мање је животна.

У крајњем случају, када више једног значи мање другог, у односу на дату опцију, када се „особа“ препушта као кладић низ воду клонећи се забрана, добијамо Хајзенбергове релације неодређености. За разлику од живих бића, која пркосе забранама, за нежива бића важи принцип најмањег дејства, одавно познат тео-ријској физици. На слици десно видимо различите путање од места q_1 до места q_2, али ће се физички реализовати само она путања $\hat{q}_1$ са најмањом потрошњом енергије, најмањим пређеним путем, најмањом потрошњом времена. На пример, светлост се одбија од огледала прелазећи од прве до друге тачке најкраћим путем, за најкраће време, са једнаким упадним и одбојним угловима, без промене енергије.



[10] Ralph Hartley (1888-1970), амерички инжењер електронике.
[11] У књизи [3].

Према томе, живо биће има више информације од одговарајућег неживог бића. Слично је и са енергијом, при чему се вишак енегије улаже у одржавање више телесне температуре, за унутрашње функције тела и кретање. Тај се вишак енергије добија исхраном, као и вишак информације, претпостављам.

Слободу дефинишемо формулом $S = a_1b_1 + a_2b_2 + ... + a_nb_n$ која је скаларни производ вектора са компонентама a_k и вектора са компонентама b_k. То је величина позната из алгебре векторских простора и према томе неконтрадикторна је. Када a-ови представљају вероватноће, а одговарајући фактори (b-ови) су им логаритми вероватноћа, онда добијамо у математици познату Шенонову информацију. Према томе, слобода S поопштава информацију.

Када множимо парове истих низова различито поређаних, добијамо различите резултате:

$$46 = 3\cdot 7 + 2\cdot 8 + 1\cdot 9 < 1\cdot 7 + 2\cdot 8 + 3\cdot 9 = 50$$

Ако горње a-ове спаримо са b-овима тако да са већим иде мањи а са мањим већи, онда добијамо Хајзенбергове релације неодређености (у више димензија), односно принцип најмањег дејства. Добијамо минималну вредност израза S. Максималну вредност, при множењу истих низова, добијамо када прерасподелимо рецимо a-ове тако да већи коефицијент множимо са већим и обрнуто, мањи са мањим. Ка том резултату иде слобода живог бића. Због вишка слободе, живо биће може напуштати путање са најмањом потрошњом енергије.

Рекли смо да у формули слободе b-ови коефицијенти представљају ограничења због хијерархије. Када би неки од тих коефицијената био нула, тај сабирак би ишчезао, а ми бисмо рекли да је то својство неорганизовано, да је у потпуном нереду. Међутим, не постоји нулта хијерархија! Свако физичко тело, па према томе и свако живо биће, пре свега је ограничено неким физичким законима, а сваки покушај да направимо „апсолутни неред“ завршиће неким редом. То није само нека сумњива очигледност узета из спекулативне физике, него је и садржај Ремзијеве теореме. Парафразирам: насумично слагање речи у некој књизи, пре или касније, мора резултирати неком смисленом реченицом. Такође, у случајним распоредима облака на небу увек можемо „видети“ неки познати лик ако довољно тражимо.

Ово је у складу са принципом коначности материје. То видимо када посматрамо карике каузалног ланца догађаја. У апстрактном свету истина, низ узрока-последица може бити бесконачан, што у случају физичке супстанце није могуће. Тада се бесконачни низови узрока морају организовати у коначне целине, попут капљица воде које на окупу држе кохезионе и друге силе, које се при сударању могу спајати у веће сличне, или раздвајати на мање. Унутрашњост структуре тих најмањих делова вањском свету материје потпуно је недоступна. На тај начин је неодређеност карактеристично својство материјалног света. Она је са становишта материјалног света објективна, што значи неотклоњива. Отуда су случајност, вероватноћа и информација својствене материјалном свету и у њему објективне, па је Цезар могао бацити коцку и са себе отклонити одговорност у случају исхода за прелазак Рубикона.

Мултиверзум

Шта се догађа у случају када бацамо новчић и обећамо да ћемо у случају пада „писма“ остати у соби, а у случају пада „главе“ изаћи у ходник? Подређујемо нашу вољу исходу објективне неизвесности, а затим се деси, рецимо „писмо“. Када бисмо могли знати шта ће се десити, онда случајност не би била објективна. Када би „писмо“ и пало и не би пало, онда бисмо имали логичку контрадикцију (из истине две супротне последице), односно нашли бисмо се и у соби и у ходнику, па бисмо приметили нарушавање физичких закона одржања (информације, енергије, масе,...). Наша свест може, али и мора да бира.

Оспоравање догађаја „глава“ након бацања новчића и падања „писма“ равно је оспоравању објективности случајности. Ако је моје „Ја“ сведок исхода „писмо“, онда постоји и моје псеудо-„Ја“ које је сведок исхода „глава“. У обе паралелне реалности, у два различита исхода падања новчића, важе исти закони физике. То је прво по чему се ова идеја мултиверзума разликује од свих претходних. Нећу их набрајати све.

Подсетимо се да идеја мултиверзума није нова. Она нам је позната од древне Грчке митологије, па до савремене квантне механике, у различитим облицима. У својој књизи Оптике (1704) Њутн[12] је сугерисао сличну идеју, која би за разлику од ове толерисала и различите законе физике у различитим паралелним реалностима. Цитирам превод:

„И пошто је простор дељив у бесконачном, а материја није неопходна на свим местима, могуће је замислити да је Бог створио честице материје од неколико величина и слика и у неколико пропорција у свемиру, а можда и различитих интензитета и снаге, а самим тим и да је варирао законе природе и направио светове различитих врста у неколико делова универзума. За сада, ја не видим ништа контрадикторно у свему овоме.“

Амерички филозоф Вилијам Џејмс употребио је термин „мултиверзум“ 1895. године, у другачијем контексту. Шредингер[13] је у Даблину 1952. године држао предавање у коме га је публика упозорила да оно што прича „изгледа сулудо“. А причао је о једначинама које описују различите историје, не „алтернативне“, него стварне које би се дешавале истовремено.

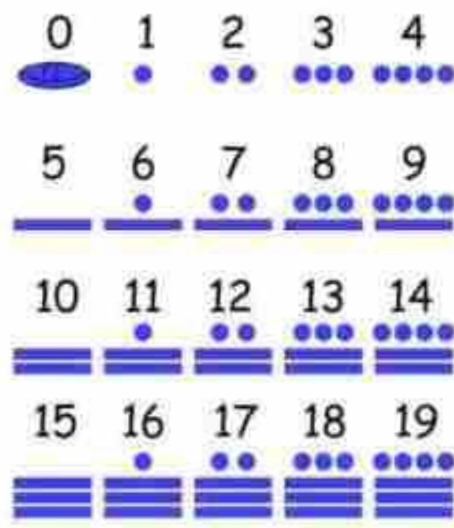
Ми у наставку можемо користити исту терминологију за реално и псеудо-реално, претходно дефинисану на интеракцијама, а сада засновану на размени физичке информације. Моје псеудо-„Ја“ отишло је у паралелну реалност, која је тада за мене псеудо-реалност, јер би комуникација са таквом значила нарушавање закона одржања, да не помињем контрадикцију. Псеудо-информација дошла би са сазнањем рецимо Питагорине теореме, коју можемо употребљавати, а затим због ње и мењати наш материјални свет, а да саму теорему не можемо мењати.

[12] Isaac Newton (1643-1727), енглески математичар.
[13] Erwin Schrödinger (1887-1961), аустријски физичар.

При томе је важно приметити да нема стварне комуникације између посматрача чије би време евентуално ишло различитим смеровима. Наиме, пре него што добије питање такав посматрач морао би дати одговор, а то није реално због објективне непредвидљивости. Међутим, могуће су тупе реакције, шутања на прву лопту, када се не морају предвиђати последице. То значи да нису немогуће честице са супротним током времена, па ако такве постоје (рецимо материје и антиматерије), онда су елементарне честице елементарне и по количини информације коју могу да размењују.

Према принципу коначности материје, у свакој од паралелних реалности не може бити више од пребројиво бесконачно много нити посматрача (честица) нити онога што такви могу да опажају. На исти начин је ограничен и временски низ догађаја. Покажимо сада да зато не може бити више од континуум много паралелних реалности.

Претпоставимо да у сваком тренутку имамо само две опције случајних исхода. У било којој од паралелних реалности то пратимо као низ догађаја „остаћу“ и „нећу остати“ на датој линији. Првој опцији придружимо цифру 1, другој 0, а дати низ пишимо $B = 0,b_1b_2b_3...$ где су могући сви низови бинарних цифара на највише пребројиво бесконачно много места иза запете. То је бинарни запис реалног броја, који може бити било који из интервала од нуле до један. Таквих је континуум много.



Исто бисмо добили и када би сматрали да у сваком тренутку можемо имати не две, него $n = 2,3,4,...$ могућности. Тада би поменути број B опет био реалан број из интервала од нуле до један, али у бројном запису базе n. Није битно у којем бројевном систему пишемо, бројева у датом интервалу увек има једнако много. На слици десно је бројни систем Маја, који би, и да их пишемо још сложеније, увек изражавао исте величине.

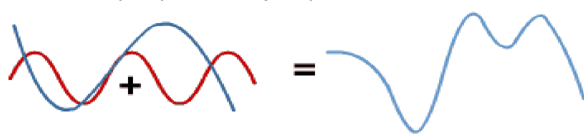
То је кратко објашњење доказа да паралелних реалности има континуум много, уз претпоставку да догађаја има пребројиво бесконачно много. А да наше време можемо сматрати разложивим на пребројиво бесконачно много догађаја видимо на следећи начин. Свака подела на елементарне временске интервале је једнако могућа. Она зависи само од становишта, од изабраног посматрача. Као што у скупу природних бројева не можемо неки број одредити као већи од свих осталих, тако ни сада не можемо изабрати довољно мален временски интервал који би био краћи од свих осталих. Док званична физика не усвоји атом времена јединствен за све посматраче, до тада је кардинални број свих догађаја васионе $\aleph_0$, а ∞ је кардинални број свих паралелних реалности.

Континуум паралелних универзума појашњава зашто је квантна механика заснована на Хилбертовом простору. То је „свуда густ“ векторски простор, стручно речено „у којем сваки

Кошијев низ конвергира“. Није вам потребно да разумете о чему се то ради, осим да су сада неке ствари легле на своја места.

Различита физичка својства, попут масе, температуре, положаја, која се мере различитим физичким димензијама (килограм, степен Целзиуса, метар), репрезентације су различитих вектора. Оне дефинишу квантно стање, у датој ситуацији представљено физичким особинама интересантним за случај који проучавамо. Пример таквог је водоников атом, са обзерваблама (величинама које ћемо мерити) представљеним базним векторима. Неки други вектори тог векторског простора су репрезентације појединих стања у којима би се дати систем могао наћи. Мерљивих величина увек има коначно много, али је векторски простор које оне разапињу Хилбертов, што значи континуум.

Квантна суперпозиција представљена на слици лево је основни принцип квантне механике. Тврди се, попут таласа класичне физике, да се свака два (или више) квантна стања могу додати заједно (суперпонирати), а резултат ће бити још једно исправно квантно стање; и обрнуто, свако квантно стање може бити представљено као збир два или више других различитих стања. То сасвим одговара сабирању поменутих вектора; и обрнуто, могућности јединственог разлагања сваког вектора на векторе произвољне базе.



Деловање линеарног оператора на вектор представља „еволуцију“ квантног стања, како називамо ту промену. Процес мерења је пројекција стања на једну од оса (обзервабли), што називамо „колабирањем“ суперпозиције у један од исхода. То је слично бацању новчића, рецимо када падне „писмо“, а исход „глава“ оде у другу паралелну реалност. Те две наше реализације, за повратнике, путнике унатрашке у времену, представљају суперпозицију којој је једна од неизвесности из наше прошлости – реализовани исход. Математика квантне механике подржава овакво објашњење, јер је сваки квантни оператор повратан. То је важан закључак из књиге „Квантна механика“ [1], који оправдава идеју овде описаних мултиверзума и само зато га помињем, без намере да се сада бавимо доказима.

Према овој хипотези мултиверзума, произашлој из претходно наведене претпоставке да имамо могућности избора, свака особа практично бира своје мултиверзуме. Испада да свака индивидуа бира како своју будућност, тако и своје окружење, па у неком малом, занемарљивом обиму и облик саме васионе којој ће припадати. То исто можемо тврдити и овако. Доносећи своје одлуке, свако живо биће (дефинисано способношћу одлучивања), креатор је васионе. Према томе, одговор на насловно питање ове секције биће да врховну вољу одлучивања, не само о своме животу него и о другим живим бићима, па и о неживој околини, представља свако поједино живо биће. То није у контрадикцији са претходном тезом да су Цезар, сенатори, па и правни систем Рима, такође врховне воље. Они су врховни ауторитети за животе осталих са „вањске стране“ и у мањој или већом мери, док поједине индивидуе на исту реалност могу деловати „изнутра“.

Предодређеност

У древној грчкој митологији, Хронос (грч. Χρόνος) је владар Универзума и вођа прве генерације Титана. Био је најмлађи син Урана и Геје. Збацио је свог оца тако што га је кастрирао и владао је такозваним „златним веком“, док га нису поразили његови синови Хад, Посејдон и Зевс, који су га заробили у Тартар. Браћа Хад, Посејдон и Зевс вукли су жреб и Хад је извукао да влада подземљем, Посејдон морима, а Зевс небесима и осталим боговима.

Хронос или Хрон је примордијално божанство (прва генерација), Бог времена, Бог настајања. Стари Грци су га замишљали са змијским телом са три главе – човека, бика и лава, а у грчко-римским мозаицима Хронос је приказиван као Еон, персонификована вечност. Он стоји наспрам неба и држи точак на којем су исписани знаци зодијака. Испод њега обично је лежала Геја (Мајка Земља). Нон га је описао као мудрог старца са дугом, сивом косом и брадом. Мозаици, међутим, приказују младолику фигуру. Неке речи у европским језицима настале су од речи Хрон: хронологија, хронометар, хроника, хронично, анахронизам, хронофобија, хронографија, хроностратиграфија.

Антички грчки богови нису тако моћни као неки каснији, али јесу бесмртни, па Хронос није могао спречити одрастање и јачање своје деце која су му временом дошла главе. Ограниченост моћи грчких богова види се и у пристанку његових синова да случајност одлучи о подели будуће власти. По грчкој традицији, најстарији син Хад имао је право да први бира и да добије највише, али најагилнији Зевс успео је то право заменити коцком, истичући случајност као најобјективнији начин избора. Зевс је тако добио небо и постао врховно божанство, а Хад је од њих тројице прошао најлошије добивши мртве.

Грци су веровали да њима смртнима могу управљати бесмртни, али нису били сасвим сигурни у праву природу судбине док су оставили сумњу да је Зевс можда манипулисао. У многим каснијим религијама налазимо сличне дилеме. Па и у Библији, у наизглед конфликту, да Бог има план за нас док ми, као људи, имамо слободну вољу за избор начина живота.

Наиме, у поглављу „Јеремија 29:11“ износи се план. Јер ја знам да имам план за тебе – навод Господа – план да успеш и да се не повредиш, план који ће ти дати наду и будућност. Многа поглавља Библије пишу о слободној вољи, али је најчешће цитирано „Михеј 6:8“ где стоји: „Он ти је показао, о смртниче, шта је добро. И шта Господ од тебе тражи. Да поступаш праведно, да волиш доброту и да ходаш скромно са Њим“.

Колико је то тешко питање, нужност или слободна воља, види се и по његовом општем значају, а са друге стране, по немогућности математике да још увек одговори на њега.

Вероватноћа

Како знамо да се највероватније дешава најчешће? Па и не знамо, све док не дефинишемо вероватноћу. Али онда постаје чудна особина наведене реченице да ју је могуће ускладити са неким мерењем, да тај навод може постати универзални принцип вероватноће.

Вероватноћа је реалан број од нуле до један. Функција вероватноће, обично означена са $P(\omega)$, пресликава случајан догађај ω, из скупа Ω свих могућих случајних догађаја датог задатка, у скуп реалних бројева интервала (0,1). Немогућ догађај има вероватноћу нула, сигуран догађај има вероватноћу један. Немогућ догађај је празан скуп ∅, а сигуран догађај је сав скуп Ω. Сваки догађај је подскуп сигурног догађаја. Вероватноћа уније догађаја без заједничких елемената је збир вероватноћа појединих подскупова.

Тако почиње формализам математичке теорије вероватноће који је поставио Колмогоров[14], слика десно, почетком 20. века, после чега се та теорија више не мора (и не сме) ослањати на доказе физичким мерењем, супстанцом, или се вредновати са природним наукама. Са друге стране, она има ту поузданост да није могуће наћи такво понашање материје које би било у нескладу са теоремема те старе нове теорије.

Неколико векова раније почела је изградња наивне теорије вероватноће. Градили су је највећи умови свога времена, али је ретко ко веровао у неку велику тачност нечега што барата небулозама. Међутим, међу градитељима је било и математичара, а можда први међу њима био је Кардано који је написао књигу о играма са коцкама (*Liber de ludo aleae*) и систематски обрадио рачунање вероватноћа догађаја у тим играма, век пре Паскала и Ферме. Иначе, Кардано је познатији по решењу кубне једначине (*Ars magna*, 1545), које је наследио од венецијанског математичара Тартаље.

Блез Паскал[15], математичко чудо од детета, касније је засновао теорију вероватноће у својих чувених пет писама од којих су четири сачувана до данас. Читајући их приметићете многе рачунске грешке, које Паскал као да није примећивао док је из решења својих задатака извлачио генијалне закључке. Он се дописивао са Пјером Фермаом[16], кога често називамо оснивачем теорије бројева, а који је заједно са Декартом открио основни принцип аналитичке геометрије. Због открића методе за налажење тангенте на криву и тачке минимума и максимума, сматрамо га и једним од проналазача диференцијалног рачуна. Кроз преписку и расправе са Паскалом, он је суоснивач теорије вероватноће. Место окупљања математичара и физичара око Паскала данас је Француска академија наука.

[14] Андреј Колмогоров (1903-1987), руски математичар.
[15] Blaise Pascal (1623-1662), француски математичар, физичар и филозоф.
[16] Pierre de Fermat (1601-1665), француски математичар и правник.

До Колмогорова, значајне доприносе теорији вероватноће дао је и Јакоб Бернули[17]. Поред осталог, он је доказао један специјалан случај закона великих бројева и конструисао модел за описивање низа независних експеримената, тзв. Бернулијеву, или биномну, шему. Многи чланови породице Бернули бавили су се математиком и треба их разликовати од овог који је био међу првима, најстарији од њих. Муавр[18] је енглески математичар рођен у Француској. У теорију вероватноће је увео појам случајног догађаја. Лаплас[19] је развио и систематизовао резултате претходника, доказао Муавр-Лапласову теорему и увео појам математичког очекивања. Затим су следили Гаус, Пуасон, Чебишев и Марков са веома значајним доприносима теорији вероватноће, а који су за овакав преглед превише компликовани.

Бацање фер новчића има два једнако вероватна исхода, сваки са вероватноћом 0,5. Када скуп Ω представља само једно бацање, једини догађаји су „писмо“ и „глава“, које означавамо краће са П и Г. Тада је p(П)=p(Г)=0,5. Када сигурни догађај, скуп Ω, представља два бацања, постоје четири равноправна догађаја: ПП, ПГ, ГП и ГГ. Вероватноћа сваког од њих је 0,25. Ако сигурни догађај, универзални скуп, представља три бацања, тада постоји $2^3 = 8$ равноправних исхода: ППП, ППГ, ПГП, ГПП, ПГГ, ГПГ, ГГП, ГГГ, сваки вероватноће 0,125. Настављајући развијамо теорију вероватноће.

То иде тако, наизглед једноставно, да би тек негде касније могли приметити да ствари са вероватноћама и нису сасвим збркане како смо у почетку очекивали. Погледајмо, на пример, шта је са вероватноћама бацања новчића све док по први пут не падне „писмо“. Могућ догађај је П, али и ГП, затим ГГП, па ГГГП, и тако у недоглед, јер је теоријски могуће да бацамо новчић и да стално и стално пада „глава“. Сигуран догађај, универзални скуп тада је

$$\Omega = \{\text{П}, \text{ГП}, \text{ГГП}, \text{ГГГП}, \ldots\}$$

са вероватноћама:

$$P(\text{П}) = \frac{1}{2}, \quad P(\text{ГП}) = \frac{1}{4}, \quad P(\text{ГГП}) = \frac{1}{8}, \quad P(\text{ГГГП}) = \frac{1}{16}, \quad \ldots$$

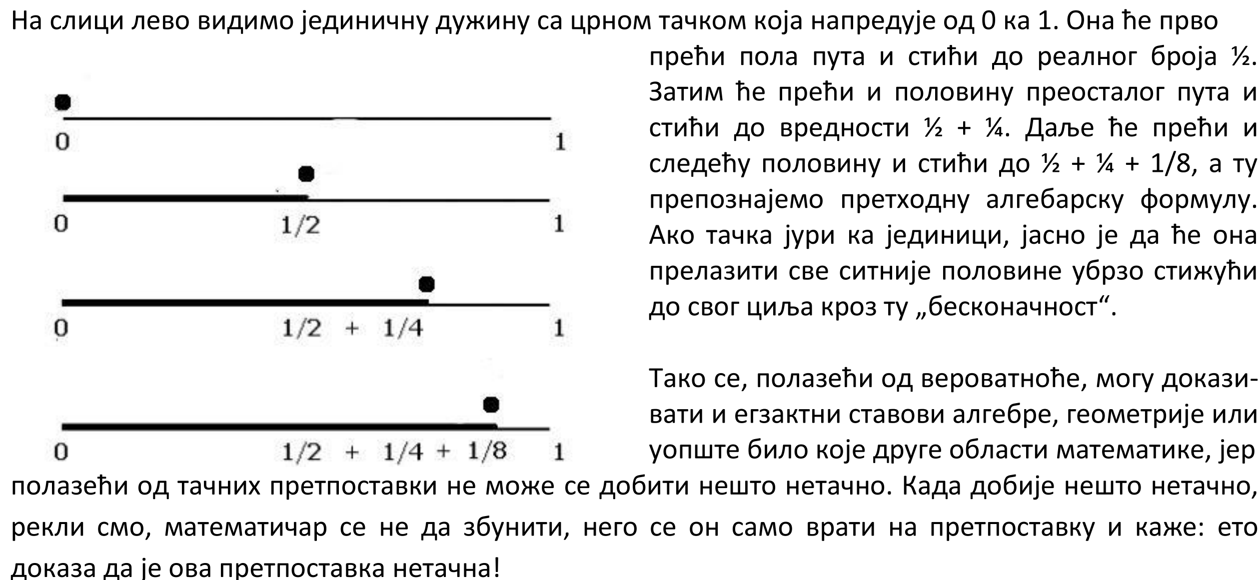
чији бесконачни збир ће заиста бити све ближе јединици када узимамо све више сабирака редом. Када приметимо да добијање „писма“ у другом бацању није исто што и добијање „писма“ тек у трећем бацању, ми бисмо на основу ових вероватноћа могли извести чисто алгебарско тврђење да је

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots = 1$$

[17] Jacob Bernoulli (1654-1705), швајцарски математичар.
[18] Abraham de Moivre (1667-1754), француски математичар.
[19] Pierre-Simon Laplace (1749-1828), француски научник.

што је, наравно, тачно. Ево како можемо доказати ту исту ставку геометријски. Посматрајмо следеће половљење све мањих дужина.

На слици лево видимо јединичну дужину са црном тачком која напредује од 0 ка 1. Она ће прво прећи пола пута и стићи до реалног броја ½. Затим ће прећи и половину преосталог пута и стићи до вредности ½ + ¼. Даље ће прећи и следећу половину и стићи до ½ + ¼ + 1/8, а ту препознајемо претходну алгебарску формулу. Ако тачка јури ка јединици, јасно је да ће она прелазити све ситније половине убрзо стижући до свог циља кроз ту „бесконачност".



Тако се, полазећи од вероватноће, могу доказивати и егзактни ставови алгебре, геометрије или уопште било које друге области математике, јер полазећи од тачних претпоставки не може се добити нешто нетачно. Када добије нешто нетачно, рекли смо, математичар се не да збунити, него се он само врати на претпоставку и каже: ето доказа да је ова претпоставка нетачна!

Овај пример наводим због још неколико интересантних запажања. Једно од њих су Зенонови парадокси са бесконачностима. Рецимо, апорија са Ахилом и корњачом. Када брзоноги Ахил трчи за корњачом – изјавио је Зенон – он је никада не би требао стићи ако јој да и најмању предност. Наиме, док он стигне на пола пута где је корњача била на почетку трке, она ће мало одмаћи. Када Ахил претрчи нову половину, корњача је још мало одмакла. Док претрчи следећу половину она је опет одмакла и тако без краја.

Зенон је приметио да нешто „није у реду" са бесконачностима, али је то остало недовољно да би се његови савременици, древни Грци, одрекли веровања у бесмртност својих богова. Штавише, они су и даље веровали у супериорност бесконачности над коначним стварима и остајали на веровању да су подређени бесмртнима. Замало, рекли бисмо, били су на добром путу.

Принцип вероватноће, да су вероватније ствари чешће, подразумева нарастајућу законитост и каузалност (лат. *causa* – узрок) када случајни догађаји постају масовни. Подсећам, каузалност је израз за нужну везу између узрока и последице. Када год је присутна последица, ту је и узрок. Она је примарна особина бесконачности, а материја је бесконачност пакована у коначне скупове, па је за очекивати изражавање веће каузалности са већом масовношћу.

Примарна материји, вероватноћа, појављује се као „узрочност" око нас. Тако сам ја овде где сам, а не тамо негде, јер је са мог становишта то највероватније. Онај је тамо, јер је њему тако вероватније. Сателит се креће у гравитационом пољу путањом коју оно види као највероватнију, а тело остаје у мировању или једноликом праволинијском кретању све док на њега не делује неко друго тело или нека сила. Последња реченица је добро познати Њутнов закон инерције која нам сада каже да сила мења вероватноће.

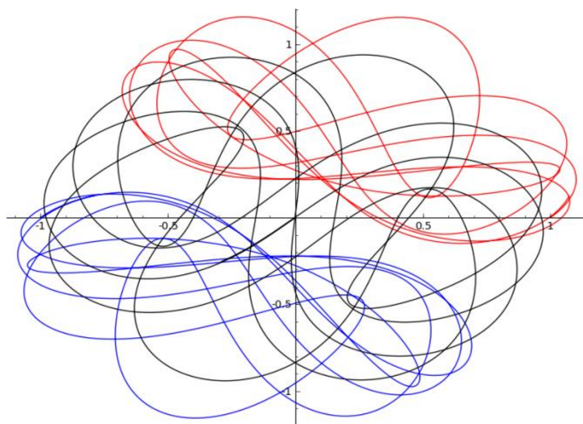
Теорија хаоса

Детерминистичка теорија хаоса је нова грана математике. Она проучава понашање одређених динамичких система чије стање еволуира током времена, који су веома осетљиви на почетне услове. Настајала је углавном на посматрању непредвидљивих метеоролошких појава.

Одушевљен класичном Њутновом механиком, Лаплас је 1814. године у свом филозофском есеју о вероватноћама писао: „Када бисмо познавали све положаје свих честица у једном тренутку свемира и све њихове брзине, ми бисмо могли израчунати све њихове будуће положаје. Све што би се дешавало касније било би за нас потпуно предвидљиво“. Те Лапласове речи изражавају суштину механицизма који се развијао у водећу идеологију физике до појаве теорије хаоса и квантне механике. Зато је откриће теорије хаоса према којем мале промене почетних услова могу проузроковати велике разлике коначних резултата било шок за научну заједницу. Тај небески механизам Њутнове механике могао би покварити и најмањи трун прашине који би запео негде у његове котаче!

Сумње у механицизам јављале су се и пре нових теорија, у оквиру саме класичне физике. Бернули је употребио Њутнова открића да би изводио елиптичне орбите кретања парова, Месеца око Земље са Земљом у жижи или Земље око Сунца са Сунцем у жижи, занемарујући утицај треће планете. Добијао је задовољавајуће слагање са ранијим Кеплеровим[20] опажањима. Међутим, иако је био изванредан математичар, он није успевао да реши сличан проблем за сва три тела: Месец, Земљу и Сунце. Проблем три тела је постао посебна брига за астрономију. Филозофи природњаци почели су сумњати да је то још један од нерешивих интеграла.

На слици десно су три путање (црна, плава и црвена) тела настале након неколико орбита, из чега се види зашто је тај проблем био тако тежак за решавање. У промоцији журнала математике (*Acta Mathematica*) Лефлер[21] је добио дозволу Краља Оскара II Шведске и Норвешке да покрене такмичење математичара. Објављено је више задатака (иако је Краљ преферирао само један) за новчану награду од 2500 круна. Међу тим задацима био је и један који је формулисао Вајерштрас[22]: „Наћи кретање система тачака произвољних маса које се привлаче Њутновом гравитацијом, под претпоставком да се ниједне две тачке никада не сударе“. Награду је освојио Поенкаре[23]. Он је показао да такав систем не постоји.



Други проблем који је имао важну улогу у развоју динамике хаоса била је Болцманова[24] ергодичка хипотеза. Болцман је као и Максвел[25] комбиновао Њутнову механику са вероватноћом, да би

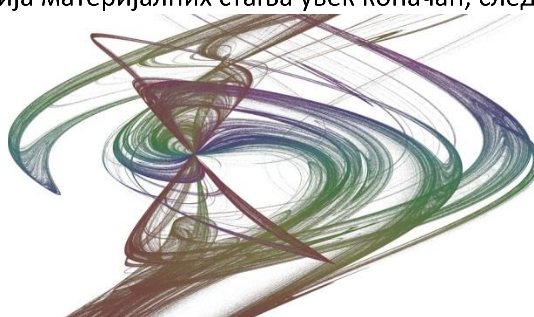
[20] Johannes Kepler (1571-1630), немачки математичар и астроном.
[21] Gösta Mittag-Leffler (1846-1927), шведски математичар.
[22] Karl Weierstrass (1815-1897), немачки математичар.
[23] Henri Poincaré (1854-1912), француски математичар.
[24] Ludwig Boltzmann (1844-1906), аустријски физичар и филозоф.

добио статистичку механику, изводећи термодинамику из једначина механике. Да би израчунао топлотни капацитет, чак и најједноставнијег система, Болцман је морао учинити огромна поједностављивања и увести претпоставку ергодичности: да ће током времена динамички систем проћи кроз свако могуће стање које дозвољавају закони одржања.

У теорији динамичких система, ради прецизности изражавања и употребе математике, дефинише се фазни простор. То је апстрактни простор у којем су представљена сва могућа стања система као тачке, где сваком могућем стању одговара јединствен положај. У механици то је обично простор свих могућих вредности позиција и импулса. Тај концепт је постао неопходан Болцману, Поенкареу и Гибсу[26] ради проучавања термодинамике. Ергодичка хипотеза тако каже да је у дужим временским периодима, време које систем проводи у области микростања фазног простора са истом енергијом пропорционално запремини те области, тј. да су сва приступачна микростања једнако вероватна у дужем временском периоду.

Ергодичку хипотезу је Поенкаре преформулисао у исказ да ће трајекторија стања проћи произвољно близу било које тачке фазног простора. Тиме се подразумева физички континуум тачака, што је делом и тачно с обзиром на то да је материјални свет део континуума. Међутим, то помало одводи ову тему ван поенте, изван принципа коначности материје. Зато правим кратки прекид историјског развоја идеје хаоса због следеће примедбе.

Из принципа коначности, да је било које својство материје коначно, одакле је било који део материјалног света коначан, па је и број комбинација материјалних стања увек коначан, следи да ће се свако материјално стање пре или касније почети понављати. Мале промене почетних услова могу произвести велике коначне разлике, али свеједно – непосредне последице блиских услова даваће сличне исходе.



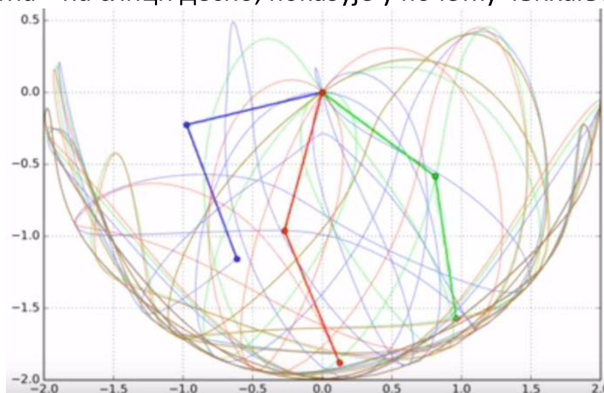
Последњи закључак није изненађење, јер сматрамо да су најмањи делићи било којег својства супстанце блиски континуумима света који јесу каузални. То потврђују и открића атрактора детерминистичке теорије хаоса, на слици десно. То су „чудни“ циклични обрасци запажени дужим посматрањем хаотичних појава, изненађујући за тако непредвидљиве појаве. Повезаћемо ова два објашњења са помињаним принципом вероватноће, иако званична теорија хаоса није стохастичка.

Већ сам писао да се тело појављује ту где је зато што му је тај положај највероватнији. Штавише, оно ће се и у следећем тренутку појавити на истом месту ако се деловањем сила вероватноће окружења не промене. Зато имамо инерцијално мировање или кретање, јер у одсуству сила слични услови производе сличне непосредне последице. А то ће довести до појаве атрактора и у случају неке будуће недетерминистичке теорије хаоса.

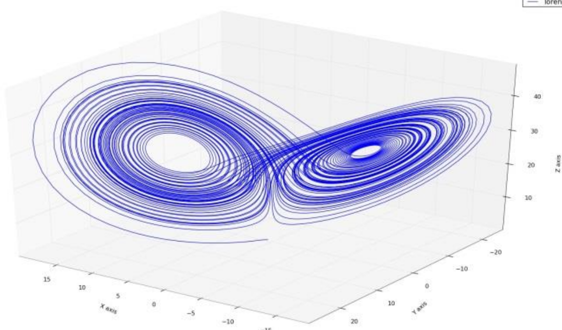
---

[25] James Clerk Maxwell (1831-1879), шкотски научник.
[26] Josiah Willard Gibbs (1839-1903), амерички научник.

Демонстрација хаотичног кретања двоструког клатна[27] на слици десно, показује у почетку њихање слепљених положаја три двостурка клатна (плавог, црвеног и зеленог), три пута по две дужи зглобно везане и фиксиране у само једној крајњој тачки, које временом показују све више разлика и непредвидљивости у кретању.



Један од оснивача теорије хаоса, Лоренз[28], упоредио је ту непредвидљивост са „ефектом лептира“. Махање крилима лептира у Бразилу могло би изазвати ураган у Тексасу, рекао је. Он је то демонстрирао системом три једноставне диференцијалне једначине (можете их наћи свугде) чија решења су трајекторије попут приказаних на слици лево. Занимљивост тих једначина је што су трајекторије и за најмање промене почетних услова стално различите, али увек у облику кружења која се смењују око две тачке, два атрактора, као на датој слици. Те фигуре називамо и Лорензовим лептирима.



Манделборт[29] је 1975. године затим открио и фрактале (лат. *fractus* – сломљен), геометријске ликове сличне својим деловима од којих је сваки (приближно) умањена копија целине. Ти ликови су попут све мањих грана и гранчица које израстају из крошње дрвета или планинског крајолика налик на своје све мање структуре. Фрактали се слично Лорензовом лептиру добијају и из једноставних формула, они рекурзијама (уметањем целе функције у њен део).

Теорији хаоса претходило је и Рејлијево[30] истраживање музике. У првој апроксимацији можете конструисати модел музичког инструмента као линеарног осцилатора, приметио је Рејли, али стварни инструмент не производи неки тон заувек, као што то чини линеарни осцилатор. Зато је он додавао треће, описано у књизи *The Theory of Sound* и добијао моделе периодичних кретања неких система који се развијају наизглед независно од почетних услова.

Његови радови повезани су касније са фон Нојмановим[31] и Биркофовим[32] теоремама о ергодичкој хипотези, објављеним 1912. и 1913. године. А ови доводе до Колмогоровљевог концепта ентропије динамичких система са којом, као динамичком инваријантом, постаје могућа класификација скупа апстрактних тзв. Бернулијевих система. Овде ћемо прекинути ту причу, јер постаје превише компликована за овај ниво разматрања.

[27] Double Pendulum Chaos Demonstration: https://www.youtube.com/watch?v=pEjZd-AvPco
[28] Edward Norton Lorenz (1917-2008), амерички математичар.
[29] Benoit Mandelbrot (1924-2010), пољско-француско-амерички математичар.
[30] Lord Rayleigh (1842-1919), енглески физичар.
[31] John von Neumann (1903-1957), мађарско-амерички математичар.
[32] George David Birkhoff (1884-1944), амерички математичар.

Опажање

Дража или стимуланс је било који вид енергије (механичке, светлосне, топлотне, хемијске) који делује на рецепторе и изазива неку промену у организму или његовом понашању. Праг дражи је најмања количина енергије коју региструје рецептор, а истовремено утиче на било какву промену у организму. Диференцијални праг дражи је најмања промена дражи коју је организам у стању да опази. Следимо делове текста из моје књиге[33].

Енергија која се добија у облику светлости са удаљене звезде зависи од површине пријемника и његове удаљености до звезде. Пријемник може бити тањир сателитске антене, објектив телескопа, фотоапарат, око. Када се пријемник не мења, енергија примљене светлости опада са квадратом удаљености до извора. Слично се догађа са звуком који у таласима стиже од звучног извора до уха или неког другог пријемника звука. Опажање додира догађа се преко коже, опет површином, као и опажање укуса или мириса.

Организам није апсолутно осетљив на све интензитете енергије. Нека светла су сувише слаба да би се видела, неки звуци су сувише тихи да би се чули, неки додири сувише лаки да би се осетили. Она вредност на скали интензитета физичке дражи на којој почиње опажање назива се апсолутни праг. Разликујемо доњи и горњи праг таквих вредности. Праг не представља оштру границу, него зону у којој се физичке енергије постепено мењају и немају никакав ефекат, преко оних које имају делимичан ефекат, до оних са пуним ефектом. За апсолутни праг су се некада узимале вредности на којој се дража опажа у половини случајева, данас се узима за 75% тачних одговора.

Вебер[34] је један од првих истраживача који је проучавао људски одговор на физички стимуланс на

квантитативан начин. Он је од 1834. године примећивао да је диференцијални праг дражи ΔW сразмеран енергији W која је већ дата. На пример, ако у руци држимо камен од $W = 50$ грама и потребан је најмање $\Delta W = 1$ грам да приметимо разлику у тежини, онда је за камен од 100 грама диференцијални праг 2 грама.

Из Веберове, приближне, пропорције

$$\Delta W : W = \text{const.}$$

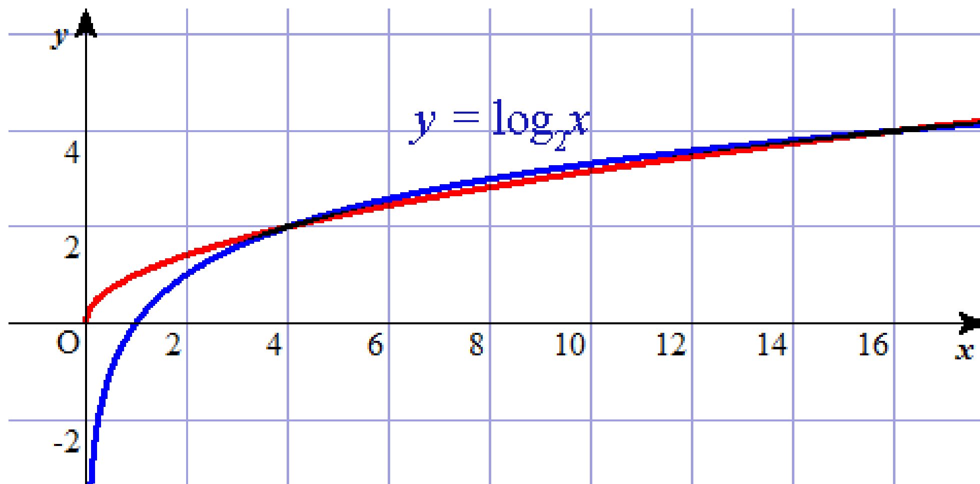
произилази, такође приближно, да је опажај пропорционалан логаритму дражи (енергије W). Ове резултате је уобличио и објавио Веберов ученик Фехнер[35] 1860. године.

Веберов количник који је за дизање терета 1:50, за притисак (додир на кожи) износи 1:7, за топлоту на кожи 1:30, за вид 1:60, за гласноћу 1:10, за мирис (гуме) 1:4, а за укус (кухињске соли) 1:3. Сабирајући (интегралећи) промене добијамо збир свих опажаја које дато чуло може имати, а то је управо Фехнеров логаритам $H = k \cdot \ln W$, где је k константа која зависи од базе логаритма и

[33] в. [4]
[34] Ernst Heinrich Weber (1795-1878), немачки лекар.
[35] Gustav Fechner (1801-1887), немачки филозоф и лекар.

од способности перцепције испитаника, а резултат сам означио са H, јер добро представља укупну информацију у смислу Хартлијеве дефиниције.

Хартли је 1928. године нашао дефиницију информације радећи у Беловој телефонској компанији. Његова дефиниција, да је информација једнако-вероватних случајних догађаја пропорционална логаритму броја исхода, показала се као пун погодак. Наиме, већу неизвесност имамо очекујући исход бацања (фер) коцке са шест исхода, него пре бацања новчића са два исхода. Што је већи број једнако вероватних могућности $n = 2,3,4,...$ већа је неизвесност пре реализације случајног догађаја, а управо зато је већа информација добијена након, која према Хартлију износи $\ln n$ записана помоћу природног логаритма. Реализацијом се троши неизвесност и настаје информација по количини једнака потрошеној неизвесности.



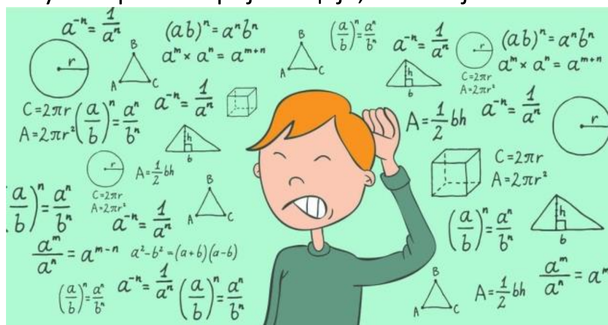
На слици, плавом бојом је приказан граф логаритма базе два. Када апсциса представља број једнаковероватних исхода, онда ордината представља информацију у битима. То ћемо разумети помоћу бинарног тражења, постављајући питања на која се одговара са „да“ или „не“. Број питања је информација.

Са једним исходом (*x* = 1) све је јасно и нема информације (*y* = 0). Са два исхода (*x* = 2) информација је један бит (*y* = 1), јер нам треба само једно питање: „Да ли је први исход тај?“ У случају четири могућности (*x* = 4) довољна су два питања (*y* = 2). Разврстајмо могућности у две групе по две и питајмо да ли је оно што тражимо у првој групи. Тако бирамо следећу дупло мању групу са две преостале могућности за друго питање. У случају осам могућности ($x = 8 = 2^3$) требају нам три питања ($y = 3$). Датих осам поделимо у две групе по четири и питамо да ли је оно што тражимо у првој групи. Даље настављамо са четири опције, као у претходном случају са још два питања. Уопште, када имамо $x = 2^y$ могућности, треба нам $y = \log_2 x$ бинарних питања.

Информацију можемо мерити различитим јединицама и писати помоћу логаритма неке друге базе. Зато поред „бинарног тражења“ наводим и другачије гледање на исту информацију.

Видели смо да истовремено (или узастопно) бацање новчића и коцке резултира у $2 \cdot 6 = 12$ различитих једнако-вероватних парова исхода. Како је логаритам производа једнак збиру логаритама ($\log_b mn = \log_b m + \log_b n$, за произвољну базу $b > 1$), то је Хартлијева информација истовременог бацања новчића и коцке једнака збиру појединих информација новчића и коцке. Може се доказати да једино логаритам има тачно такву особину, да је функција производа једнака збиру функција чинилаца.

То је та практичност дефиниције информације помоћу логаритма броја опција, због које се њено трошење може мерити попут протока струје или воде. Зато је Белова телефонска компанија снажно подржала развој ове теорије, о чему вреди још причати. Овде нам је довољно што смо приметили да је Хартлијева информација физикална појава. Она је попут енергије, али није исто што и енергија.



Све већи број (равноправних) опција имаће све већу неизвесност, па ће избор једне такве дати већу информацију. Опет, са повећањем броја опција вероватноћа избора једне се смањује, па имамо и закључак да мање вероватна опција носи већу информацију. То је, наравно, у складу и са интуитивним разумевањем информисања у новинарству. Већа је вест „човек је ујео пса“ него вест „пас је ујео човека“, јер је прва мање вероватна. Оно што је још битније је закључак да из принципијелног разметања што већом вероватноћом следи принцип шкртарења што мањом информацијом. Природа мора давати информацију, али је даје на кашичицу.

Слично Хартлијевој информацији, Вебер-Фехнеров закон дефинише количину опажања као логаритамску функцију дражи. Међутим, он би се такође приближно могао дефинисати и помоћу површине којом примамо дражи. Посматрајмо површину $x = y^2$ квадрата странице y. Ако је x површина на коју делује стимуланс, дужина странице квадрата је $y = \sqrt{x}$, а то је корена функција црвене криве на претходној слици. Са апсцисама $x = 4$ и $x = 16$ добијамо једнаке вредности ордината $y = 2$ и $y = 4$ као код логаритамске функције. У те две тачке, ова корена и она логаритамска функција се поклапају, али и у њиховој околини имамо приближно једнаке вредности. Ништа битно се не мења када површину уместо на квадрате разлажемо на друге фигуре, тако да имамо општи, формалан и задовољавајуће приближан закључак. Хартлијева информација одговара пречнику површине, док број опција одговара самој површини, рецимо броју елементарних површина унутра.

На сличан начин се Хартлијева информација може проширити на појам слободе који смо овде већ помињали. Када је a_1 интензитет Цезарове жеље да завлада Римом и пређе Рубикон, b_1 снага забране законом Сената, онда је $S_1 = a_1 b_1$ његова харизма у вези са тим случајем. За различите случајеве, збир таквих ($S = S_1 + S_2 + ... + S_n$) је „енергија“ која зрачи из особе којом она прети или скреће пажњу на себе и привлачи друге људе. Препознајемо раније помињану животност.

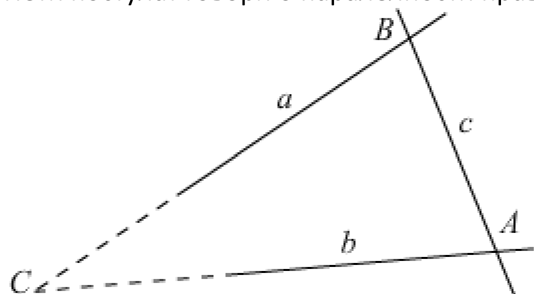
Настајање садашњости

Из претпоставке да постоји неизвесност која се реализује у информацију следи закључак да ту информацију опажамо управо „сада“. Садашњост је реализација физичке неизвесности у физичку информацију, а ми смо сведоци тог настајања. Једноставно речено, кришка по кришка пред нама настају простор, време и материја као реализације највероватнијих догађаја. Док год нека сила не делује на предмет који посматрамо, такав ће настајати у новим и новим тренуцима на истом месту у истом окружењу, јер једино сила је та која може да мења вероватноће. Овде је изречено неколико тврђења која се морају доказивати, а то је обично непопуларан процес. Уместо свега, нешто од тога ћу препричати, а понешто интерпретирати лакшим објашњењем.

Да поред извесности постоје и случајности прво сам узео као претпоставку, аксиом. То значи да у почетку нисам имао ништа толико убедљиво као што је доказ теореме, него сам решење одлагао. Да бисмо оспорили претпоставку, морамо се потрудити да евентуално нађемо неку контрадикцију у насталој теорији или да покажемо да такве нема, упоређујући је до еквиваленције са неком ранијом несумњивом. Опет, то је метода доказивања одавно позната математици, али у физици она испада као јерес. Шта ће нам докази познатих закона физике из супротне претпоставке (супротне каузалности) када су нам ваљали и они стари?

Метода доказивања свођењем на контрадикцију откривена је у античкој Грчкој. Грци су први приметили да се из неистине добром дедукцијом може добити и истина и неистина, дакле контрадикција, али да се из истине може добити само истина. Налазећи контрадикцију, сазнали би да претпоставка није тачна. То су откриће развили до крајњих граница у својој надалеко чувеној еуклидској геометрији. Поред тога, полазиште њихових дедукција било је пет постулата, ставова без којих нису могли а који су им изгледали довољно једноставно и очигледно да их не треба доказивати. Међутим, један од њих, пети постулат, био је чудно опширан и није се уклапао у ту причу. Зато су вековима, затим и миленијумима трајали упорни, увек неуспешни покушаји најбољих светских математичара да тај постулат докажу из претходна четири.

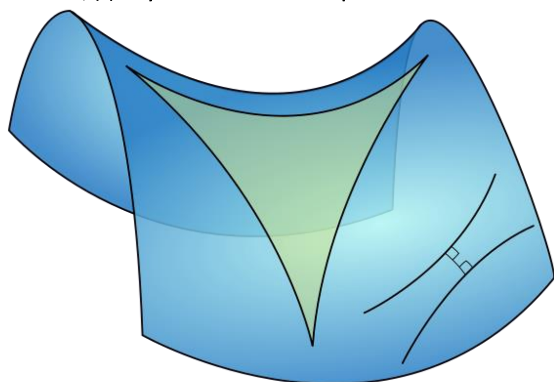
Пети постулат говори о паралелности правих линија. Према дефиницији, две праве су паралелне ако се поклапају или припадају истој равни а немају заједничких тачака. Даље се тврди да из дате тачке ван дате праве у истој равни можемо повући само једну праву паралелну датој. То је довољно експлицитно за извођење разних последица, али не и довољно једноставно. На пример, на слици лево, ако су праве a и b паралелне, онда је угао у темену C нула, а за углове у теменима A и B можемо рећи да су суплементни, тј. $\angle A + \angle B = 180^\circ$. А када те праве нису паралелне, секу се, па је збир унутрашњих углова троугла ABC опет 180°. Збир унутрашњих углова сваког троугла је увек исти испружени угао. Из петог постулата следи и да је однос обима и пречника круга константан број $\pi = 3{,}14159...$, али и многе друге теореме.



Без тог постулата многе познате теореме, наизглед несумњиви и очигледни искази, не важе, па ипак, није било могуће извести пети постулат из нечег сасвим једноставног. Ту дилему је разрешио Лобачевски[36] на оригиналан начин. Он је претпоставио супротно, да су тачна прва четири постулата еуклидске геометрије али не и пети који је негирао. Ставио је да кроз дату тачку ван дате праве у истој равни можемо повући најмање две разне праве које се не секу.

Лобачевски је систематски развио своју геометрију. Доказао је, на пример, да је збир углова у троуглу увек мањи од 180° и да је утолико мањи што је троугао већи. Такође, да је однос обима и пречника круга мањи од π и да је све мањи што је круг већи. Он је тада открио данас чувену геометрију Лобачевског, али његови савременици нису могли да „сваре“ толико истине одједном, па су му одузели звање професора математике, сумњајући у његов здрав разум и, за утеху, дали му да ради као библиотекар при академији.

Лобачевски је додатно доказао да је његова геометрија еквивалентна еуклидској, прецизније речено, да су обе или истовремено тачне или истовремено нетачне. Он је ту еквиваленцију извео посматрајући тетиве круга (дужи које спајају по две тачке на кружници) еуклидске геометрије, приметивши да за њих, сматрајући их правама, важе свих пет његових аксиома. Такође, у еуклидској геометрији је приметио да седласте површи (слика лево) на којима су праве линије представљене најкраћим растојањима између датих тачака, поседују унутрашњу геометрију еквивалентну његовој. Лобачевски је тиме доказао да је пети постулат независан од остала четири. Зато су били неуспешни сви ти покушаји његових претходника. Напомињем, ти су постулати данас сасвим другачији.



Поука остала од Лобачевског је да у нашем случају можемо имати обе могућности. Да реални свет може бити саздан од обе претпоставке, са детерминистичким уређењем неких својих аспеката и са објективном случајношћу других. Рецимо, са детерминистичким законима одржања енергије, импулса, масе, спина, информације, а са недетерминистичким процесом колапса суперпозиције квантних стања у један од исхода. Свеједно, да бих појачао почетну теорију, додао сам јој и принцип коначности материје. Као што смо видели, тај принцип је скоро па доказив из неприхватљивих особина бесконачности, а са друге стране он тако ограничава дељивост било којег својства материје да нам на крају преостаје атомизирана објективна неизвесност.

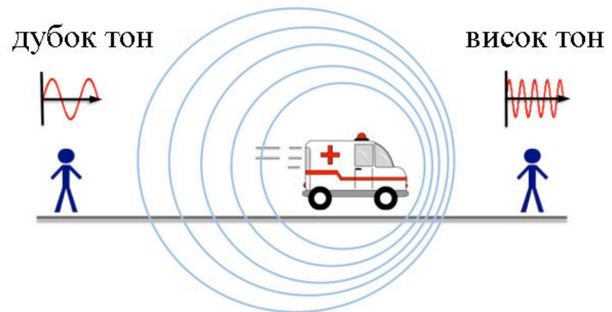
Даље настављамо са принципом вероватноће, да се највероватније догађа најчешће. То значи прихватање и случајних догађаја и закона вероватноће Колмогорова. Штавише, неодређености већ откривене у квантној механици сада ћемо препознати као „наше“. Зато могу рећи: Ја сам ту где сам а не на неком другом месту, јер је у датим околностима Мој положај баш овде највероватнији. Међутим; Он је тамо, па би са Његовог становишта Његов положај морао бити највероватнији. Узгред видимо и да је вероватноћа релативна појава.

[36] Никола́й Ива́нович Лобаче́вский (1792-1856), руски математичар.

Надам се да вам је познато понешто из Ајнштајнове специјалне теорије релативности. На пример, претпоставка да су закони физике исти у свим инерцијалним системима, а то су они у једноликом праволинијском кретању. Такође, да је брзина светлости независна од брзине извора светлости. Једна од многобројних последица поменутих принципа релативности је скраћивање (контракција) дужина по правцу кретања, а друга је успоравање (дилатација) времена релативног покретног система у односу на сопствено време посматрача који мирује.

Због овог другог, у два система у релативном кретању, појам истовремености није заједнички. Зато што у покретном систему време тече спорије, када нам се такав примиче он је истовремен са догађајима из наше будућности, да би у тренутку мимоилажења имали исту садашњост. Обрнуто, када се мимоиђемо и релативни систем одлази од нас, заостајаће у нашој прошлости. Према томе, таласне дужине долазећих и одлазећих извора електромагнетних таласа говоре нам нешто и о нашој будућности и прошлости.

Слично Доплеровом ефекту за звук, који видимо на слици десно, постоји и Доплеров ефекат за светлост и електромагнетне таласе. Сирена амбулантних кола која нам се приближавају има више тонове него у мировању, са звуком краћих таласних дужина. Обрнуто, сирена која се удаљава има ниже тонове, звукове већих таласних дужина.



Краћу таласну дужину светлости извора који нам се приближава сада посматрајмо као размазаност фотона (честице светлости), његов боље одређен положај, односно већу густину вероватноће положаја. Светлост са извора који се од нас удаљава има веће таласне дужине, што значи мању вероватноћу налажења на датом месту. Са овим и поменутим успоравањем времена тако изводимо закључак да су будући положаји светлости вероватнији од садашњих, а садашњи вероватнији од прошлих.

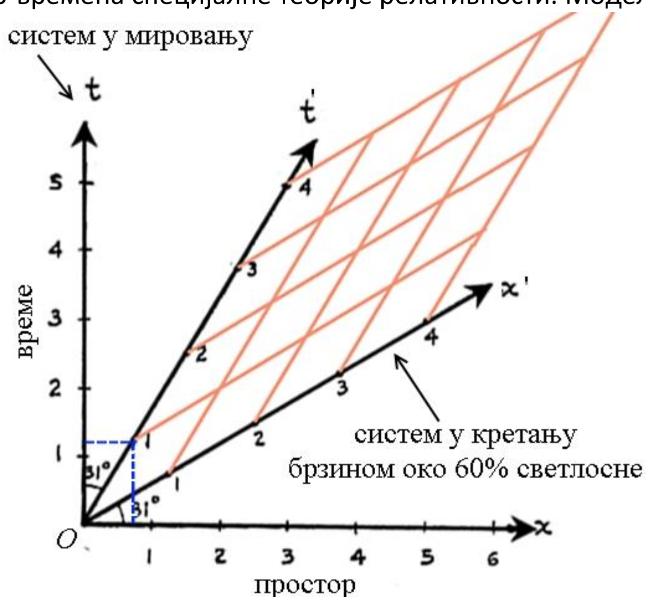
Пошто релативистички Доплеров ефекат важи за све таласе-честице, онда је претходни закључак општа појава супстанце. Зато се наша садашњост креће ка будућности а не ка прошлости, јер се чешће реализују вероватнији догађаји. У том закључку препознајемо принцип вероватноће комбинован са Доплеровим ефектом. Међутим, сличан закључак је могуће извести и непосредно, само са становишта принципа информације. Наиме, кретање садашњости ка будућности је кретање у мању потрошњу неизвесности и стварање мање информације, него у случају обрнутог кретања у времену. Отуда и апсурдан закључак да је предвиђање будућности информационо мање сложен процес од реконструкције прошлости.

Надам се да вам се сада неће превише закомпликовати ствари када откријемо да има више димензија времена. Када се испостави да је свет временских токова бар тродимензионалан, онда ћемо претходни закључак морати поопштити на кретање садашњости у највероватнијем смеру у 3-Д свету времена, односно у оном смеру у којем је производња информације најмања, релативно у односу на нас сада.

Димензије времена

Када би постојао само један систем у мировању, или више њих који се крећу инерцијално али само дуж једне праве линије – тада би нам била довољна само једна димензија (1-Д) времена. Не би било могуће отићи у другу димензију простора, јер би за такво скретање било потребно деловање неке бочне силе. То произилази из Њутновог закона инерције. Покушаћу вас сада убедити да за кретања у три просторне димензије (дужина, ширина, висина) требају такође три димензије (3-Д) времена, односно шест димензија (6-Д) простор-времена.

Пре свега, то је видљиво из геометрије простор-времена специјалне теорије релативности. Модел простор-времена Минковског, на слици десно, у једној је равни. Систем у мировању је *Oxt*, у кретању *Ox’t’*. Оба се крећу дуж исте апсцисе (*x*-осе) узајамном брзином од око 60% брзине светлости. Временска оса покретног система нагнута је ка правцу кретања.



Једна раван је довољна за дефинисање Лоренцових[37] трансформација специјалне теорије релативности, јер кретање по апсциси не производи релативистичке промене окомитих оса, ординате (*y*-осе) и апликате (*z*-осе). Међутим, управо зато, примећујемо да ће слично кретање по другом правцу довести до нагињања одговарајуће временске осе ка том правцу, што значи да нам је потребно онолико димензија времена колико имамо димензија простора.

Видећемо још доказа, али пре него што пођемо даље, проширимо овај на општу теорију релативности. Она произилази из Ајнштајнових[38] тензорских једначина поља. Знамо да се општа теорија своди на специјалну теорију релативности у тривијалном случају (нултог поља), а да се приближно своди на Њутнову теорију у случају централног поља, какво производи Земља или Сунце. Прво решење Ајнштајнових једначина за централно симетрично гравитационо поље нашао је Шварцшилд[39], а нама даље од тога и није потребно, поготово зато што се свако гравитационо поље да разложити на слична централна.

Из Шварцшилдовог решења знамо да ближе центру гравитације време тече релативно спорије, у односу на далеког посматрача, а да су радијалне дужине (на правцу силе) краће. У све јачем централном пољу све је јаче бочно стискање тела, које својевремено није примећивано у Њутновом, иако је привлачна сила усмерена ка истом центру у оба случаја. Тај нови ефекат поља разумемо приметно различитом снагом силе на почетку и на крају великих радијалних дужина, али и значајних разлика силе на краћим радијалним дужинама у случају изразито јаких поља.

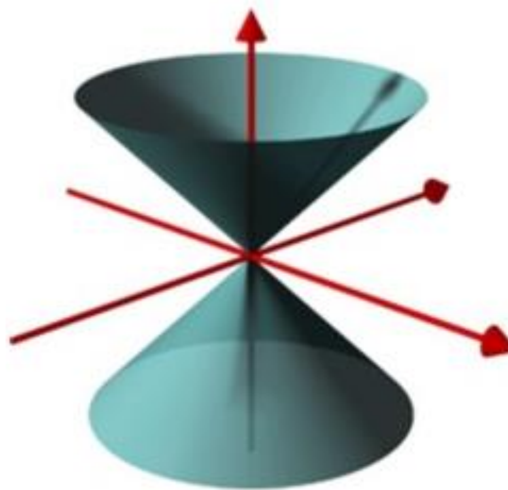
[37] Hendrik Lorentz (1853-1928), холандски физичар.
[38] Albert Einstein (1879-1955), теоријски физичар рођен у Немачкој.
[39] Karl Schwarzschild (1873-1916), немачки физичар и астроном.

Ово последње истичем зато што се може показати да је централно поље ипак могуће представити мноштвом инфинитезималних равни Минковског. Са задовољавајућом апроксимацијом око поља можемо поставити мале системе 2-Д координата простор-времена у свакој тачки са просторним осама увек усмереним ка центру поља, а њеном временском осом нагнутој ка просторној. Временска оса је утолико више нагнута ка својој просторној што је поље јаче, а она прати и смер силе, па је очигледно да временске осе саме формирају 3-Д простор, односно да се такво простор-време простире у (бар) шест димензија.

То би били метрички докази 6-димензионалности реалног простор-времена. Међутим, могу се наћи и тополошки. Када из геометрије избацимо могућност мерења и све последице, добијамо топологију (грч. τόπος – место, λόgος – знање), грану математике која проучава глобалне геометријске структуре. Како бројати димензије простора у којем не можемо користити појмове: удаљеност, растојање, дужина, површина, запремина?

Тачка и сваки коначан (или највише пребројив) скуп тачака су димензије нула ($n = 0$). Као и обично, подразумевамо да простор може бити континуум. Једна тачка или неколико тачака могу линију поделити на два или више континуума, потпуно их раздвајајући, па кажемо да је димензија линије за један већа од димензије тачке ($n = 1$). Коначан скуп линија је исте димензије као и једна линија. Површ се може слично делити помоћу линија, потпуно их раздвајајући. На пример, кружница дели равнину на унутрашњост и спољашњост круга, али такву поделу није могуће постићи помоћу неколико тачака. Зато је димензија површи тачно за један већа од димензије линије ($n = 2$). Тродимензионалан простор можемо поделити једном равнином на два одвојена полу-простора, па простор има једну димензију више од равнине ($n = 3$).

Комплетна садашњост у произвољном тренутку увек чини један 3-Д простор, у смислу наведене тополошке дефиниције димензије. То се слаже и са резултатима дефинисања димензија на (многе) друге начине. У оквиру специјалне теорије релативности, када имамо само једнолико праволинијско, инерцијално кретање једног пара координатних система, садашњост једног од њих раздвојиће прошлост од будућности света. Такав свет је зато за димензију већи ($n = 4$) од садашњости, као што се види на слици десно. Горња купа представља будућност, доња прошлост, а раздваја их 2-Д садашњост.



Међутим, у стварности немамо само један пар у инерцијалном кретању, а имамо и гравитациона поља. Не постоји јединствено „сада“ свих тих система што значи да не постоји 3-Д простор који ће раздвојити свет на прошлост и будућност, попут начина на датој слици. То значи да простор-време има најмање пет димензија.

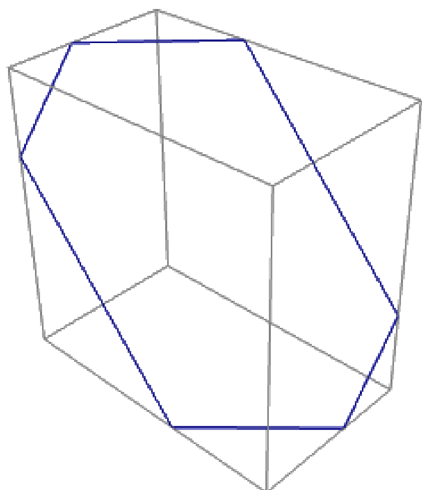
Немогућност синхронизације сатова у теорији релативности, због непостојања заједничке садашњости, приметио је и сам Ајнштајн већ у својим првим радовима. Он је ипак заступао само

четири димензије простор-времена, јер би повећавање тог броја значило напуштање детерминизма. Подсетимо се да је детерминизам своје упориште имао управо у механицизму и класичној механици 19. века, а Ајнштајнова теорија релативности је требала бити тек мала допуна тадашњих сазнања. Када је касније нарастала квантна механика, иако један од важних њених оснивача, формалне основе те теорије Ајнштајн је сматрао нетачним.

Користећи дефиницију топологије видимо да простор-време има (бар) шест димензија, на следећи начин. Замислимо неки 4-Д објекат, рецимо затворску ћелију прављену да траје. Зидови чине три просторне димензије, а њихово трајање иде током четврте (једне) временске димензије. Без одржавања та грађевина спонтано дотрајава, али она може страдати и брже, насилним рушењем. Према томе, помоћу четири димензије није могуће изоловати „унутрашњост“ од „спољашњости“ простор-времена, што значи да простор-време има више од пет димензија.

Из ових разматрања произилазе многе последице од којих неке већ препознајемо. Силе су те због којих постоје пета и шеста димензија простор-времена, односно друга и трећа димензија времена. Исто можемо рећи и за (објективну) неизвесност. Такође, за релативност појма садашњости, а затим и за релативност опажања вероватноћа. У овај резиме можемо додати и принцип информације са последицом да Моја садашњост иде ка највероватнијим Мојим реализацијама, што значи ка најмањој (за Мене) производњи информације. На место „Моје“ можете ставити било који субјекат, па и честицу. Ово добија још већи смисао након укључивања у расправе о паралелним реалностима.

Наиме, електромагнетни таласи извора у кретању показују (просечно) веће таласне дужине, како гледајући у правцу кретања тако и окомито на тај правац, што је познато из релативистичког Доплеровог ефекта. То повећање тачно је сразмерно успоравању времена. Зато се вероватноће положаја фотона смањују из чега следи закон инерције, али би са друге стране то требало резултирати повећањем производње информације. Међутим, релативна (посматрана из система у мировању) производња информације је мања, јер време покретног система успорава. Тај, за релативног посматрача, губитак времена који сопствени посматрач (у покретном систему) не примећује, заправо је вишак времена отишао у паралелну реалност. Релативни посматрач опажа само онај преостали део временског тока покретног система који је у његовој реалности, јер са остатком за њега није могућа комуникација.

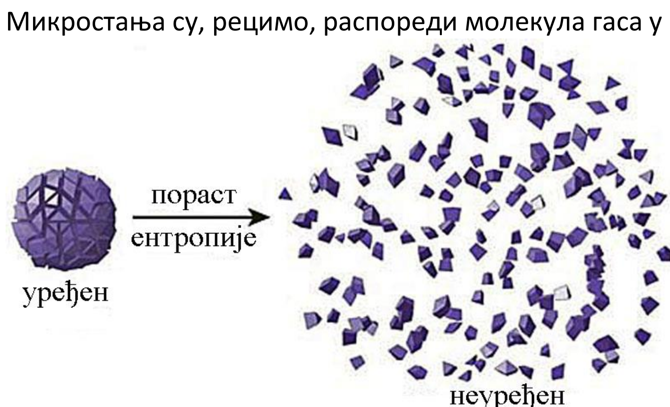


Дакле, наше простор-време, оно које ми из једне од паралелних реалности можемо да опажамо, заиста има само четири димензије, три просторне и једну временску, а остатак димензија наслућујемо као пресек или пројекцију. На слици лево видимо сличан један такав пресек квадра и равни са плавим ивицама шестоугла које представљају границе квадра у том пресеку. Аналогне су појаве 6-Д света које ми опажамо у „чудним“ последицама теорије релативности, на границама могућности наших 4-Д физичких опажаја. Чињеница да можемо извести сазнања о постојању истина изван физичких опажаја сасвим се уклапа у концепт ове теорије.

Ентропија

Ентропија је мера неуређености система. Чак и ако једва знамо шта су термодинамички системи са једнако вероватним распоредом микростања, чију ентропију меримо, у овој дефиницији препознаћемо неку врсту информације. Информација је мера неизвесности пре реализације случајног догађаја. У најједноставнијем случају изражавамо је логаритмом броја (једнако вероватних) опција, а тако изражавамо и ентропију.

Микростања су, рецимо, распореди молекула гаса у соби. Највероватнији је равномеран распоред молекула по целом простору, а најмање вероватно је да ће се све молекуле наћи згуснуте на једном месту. Зато је ентропија S гаса пропорционална логаритму броја равномерних распореда w честица гаса. То је открио Болцман[40] формулом



$$S = k_B \ln w.$$

Бирајући базу $e = 2,71828...$ за логаритам, одређујемо и $k_B \approx 1,38 \times 10^{-23}$ J/K, тј. Болцманову константу. Познато нам је да природа тежи ка вероватнијим стањима, па разумемо и спонтани раст ентропије.

Комбинаториком доказујемо да је највероватнији од свих равноправних распореда молекула у соби управо онај који је просторно равномеран. Замислимо девет једнаких куглица и исто толико кутија, њихових положаја. Куглице посматрајмо као различите индивидуе равноправних особина. Њих девет можемо поредати у једну врсту на $9! = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot 9$ начина, а свих девет можемо ставити у само једну кутију на само девет начина (колико и кутија). Први број је много пута већи од другог, па су утолико веће и шансе да ћемо куглице налазити у неком од тих многобројних распореда. Са порастом броја куглица још брже расте ова разлика, а за огромне бројеве, као што је број молекула у соби, згуснути распореди постају (скоро) немогући догађаји.

Зашто је број распореда свих куглица у једну врсту једнак факторијелу броја куглица ($9!$) можемо разумети на следећи начин. На прву позицију стављамо било коју од девет куглица. Од преосталих осам, произвољну постављамо на другу позицију, што значи да прве две позиције можемо попунити на $9 \cdot 8 = 72$ начина. За трећу позицију можемо изабрати било коју од седам преосталих куглица, па за формирање тих трију позиција имамо $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ начина. Настављајући, за број начина распоређивања свих куглица добијамо $9! = 9 \cdot 8 \cdot ... \cdot 1$.

Везе између броја највероватнијих распореда ($w = 9!$) атома и ентропије ($S = k_B \ln w$) откривао је Болцман већ од 1872. године. Његова генијалност је утолико већа што је Хартли схватио информацију тек пола века касније. Атомистика је тада била оспоравана, јер нешто тако мало да се не може видети и опипати физика не би смела узимати за озбиљно – тврдио је Мах[41], један од водећих научника тог периода. Он је на једном Болцмановом предавању устао, окренуо се

[40] Ludwig Boltzmann (1844-1906), аустријски математичар и физичар.
[41] Ernst Mach (1838-1916), аустријски физичар и филозоф.

публици и узвикнуо – Људи, немојте слушати овог човека, он је будала, атоми не постоје! У дубоком стању депресије, Болцман се након тога убрзо убио. Иронијом судбине, идеја атома је само неколико година након смрти Болцмана прихваћена у физици.

Овде ентропију гледамо кроз призму принципа вероватноће и информације, који су сасвим нови, па не очекујте да начине и последице ових разматрања пронађете у савременим уџбеницима физике. Довољно је да препознате логику и само она места у науци која вреде. Такво једно место би, верујем, могло бити израчунавање броја комбинација ентропије током трајања. Израчунавање броја w као највероватнијих распореда апстрактне комбинаторике не укључује време.

Успоравањем времена успорава се пријем исте информације, па једноставним рачуном видимо да се број комбинација мења са коефицијентом промене брзине тока времена. Не улазећи у додатне промене комбиновања због контракције дужина у правцу кретања, можемо разумети да је ентропија релативна појава као и време и да опада са брзином релативног система. Систем у инерцијалном кретању, посматран из система у мировању, има успорен ток времена и исто толико пута смањену ентропију! Напомињем, ма како вам сада изгледао очигледан, то је резултат којег савремена физика не познаје (и према томе не признаје), па ћу то појаснити.

Зато што је ентропија покретног система мања (дилатација времена) и зато што физички систем спонтано прелази у стање веће ентропије, тело из стања мировања неће спонтано прећи у стање кретања. Према томе, ово откриће се слаже са законом инерције. Уз исто објашњење иде један парадокс који, као што смо поменули, разрешавају паралелне реалности.

Наиме, таласне дужине светлости из покретног извора су веће (Доплеров ефекат), а то тумачимо већом размазаношћу фотона на путу, односно мањим густинама вероватноћа. Ово је универзална појава која важи за све врсте таласа-честица, па оне не скрећу на своје мање вероватне путање, што је у складу са законом инерције.

Та врста неизвесности производи вишак информације која остаје у паралелној реалности недоступној референтном посматрачу. Релативни и сопствени посматрач, из вањског система у мировању и покретног система, један део настале информације не могу размењивати, а то је део немогуће комуникације са псеудо-реалношћу. Честица као да нестаје за релативног посматрача заједно са својим светом информација бар што се тиче мање вероватних положаја веће таласне дужине.

Са друге стране, успоравање времена чини покретна тела инертнијима. Тачно колико пута време тече спорије, толико пута је маса тела већа. На исти начин се повећава и енергија, с тим што вишак енергије тела у кретању зовемо кинетичком енергијом. Тај коефицијент пропорционалности

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

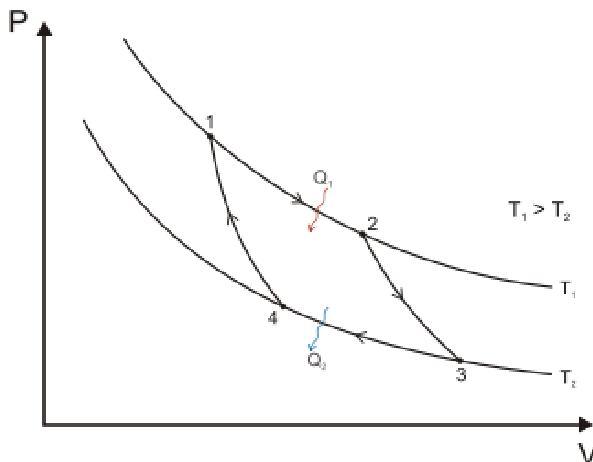
где је v брзина покретног система, а $c \approx 3\times10^8$ m/s брзина светлости у вакууму, назива се релативистички или Лоренцов фактор. Са њиме краће пишемо поменуте формуле:

$$\Delta l = \Delta l_0 / \gamma, \quad \Delta t = \Delta t_0 \gamma, \quad S = S/\gamma, \quad m = m_0\gamma, \quad E = E_0\gamma \approx E_0 + \frac{m_0 v^2}{2},$$

где лево од једнакости стоје релативне вредности, а сопствене десно са индексом нула, редом: дужина у правцу кретања, време, ентропија, маса и енергија. Последњи сабирак $E_k = m_0 v^2/2$ је кинетичка енергија. Наводим их углавном ради куриозитета.

Једино трећу од наведених формула, за ентропију, нећете наћи у савременим уџбеницима физике, па ћу једино њу још мало појаснити.

Болцман је до своје формуле ентропије дошао проучавајући кружне процесе топлотних машина. Те процесе, на слици десно, открио је Карно[42], након чега је уследио развој термодинамике. Клаузијус[43] је затим у прорачунима токова термодинамичких процеса приметио константу $S = Q/T$, количник топлоте и температуре тела који је назвао ентропијом, не дајући му неки физички смисао. Прескочићемо овде детаље извођења иначе добро познатих закона термодинамике и одмах прећи на непознато.



Подразумеваћемо да је релативна топлотна енергија Q тела у кретању једнака сопственој Q_0, енергији тела у мировању, сматрајући да се кретањем повећава само кинетичка енергија. Према томе, зато што сматрамо да је релативна ентропија мања, биће према Клаузијусовој формули релативна температура већа. Прецизније $T = T_0\gamma$, чиме смо Клаузијусову формулу ускладили са претходном релативистичком, односно са Болцмановом.

Сада долази до пуног изражаја формула за релативну λ и сопствену λ_0 таласну дужину релативистичког Доплеровог ефекта. Пишемо је у заједничком облику $\lambda = \lambda_0\gamma$, за посматрање у правцу кретања зрачења (лонгитудинално) за средњу вредност долазећег и одлазећег извора, односно за посматрање окомито на правац кретања (трансверзално). Таласне дужине тела (таласа-честица) у кретању повећавају се, као и таласи светлости која прави помак од плавог ка црвеном, дакле од хладнијег ка топлијем. Ми ћемо то једноставно тумачити повећањем релативне температуре тела, наравно, без повећања топлотне енергије тела. Када такво тело удари у препреку и заустави се, тек онда његова кинетичка енергија прелази у топлотну.

[42] Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832), француски војни инжењер и физичар.
[43] Rudolf Clausius (1822-1888), немачки математичар и физичар.

Псеудо-истина

Шта ако богови не постоје, а ми се понашамо као да их има? О каквом се онда преносу информације и интеракцији ради? О реалном, као и о промени света слепом вером или покретањем и вере и силе самом надом. То је зато што се истина прави и од лажи, сасвим коректних неистина сасвим тачна истина, односно, зато што се и помоћу нетачних исказа може доћи до тачног.

Математички исказ је тврђење које је тачно T или нетачно $\perp$, а трећег нема (лат. *tertium non datur*). Негација тачног је нетачан исказ, а негација нетачног је тачан. То је једна од старих загонетки филозфије уопште о којој се у математици више не расправља, нарочито не након доказа да се свака поливалентна логика, са скалом вредности исказа (тачно-можда-нетачно), може свести на двовалентну (тачно-нетачно). Из те алгебре логике је корисно препознавати бар још неколико важних постигнућа.

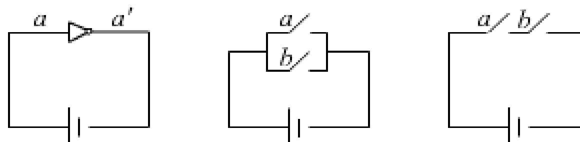
Таутологија је исказ који је увек тачан, а контрадикција је исказ који је увек нетачан. Ако је *p* исказ, онда је реченица $p \vee \neg p$ (*p* или негација *p*) таутологија. Реченица $p \wedge \neg p$ (*p* и негација *p*) је контрадикција. Многе таутологије познајемо као бескорисна или свађалачка тврђења, каква су „бело је бело“ или „Ако је данас петак, онда није четвртак!“.

Међутим, неке таутологије нису очигледне. Рецимо: „Ако постоји Бог, онда ако не постоји Бог тада је данас петак“. Ову реченицу пишемо формулом $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$, где уместо „постоји Бог“ стоји p, а q уместо „данас је петак“. Четири су могућности за исказе p и q. Оба су тачни, први је тачан а други нетачан, први је нетачан а други је тачан, оба су нетачна. Уврштавајући једну по једну могућност, а како је импликација $A \Rightarrow B$ нетачна само у случају када је претпоставка A тачна и последица B нетачна, може се доказати да је горња реченица увек тачна. Наравно, има и сложенијих реченица које је још теже проверавати, а поред тога, нису сви искази таутологије или контрадикције.

Свака формула алгебре логике може се свести на само три операције: негацију $\neg a$ (не-а), дисјункцију $a \vee b$ (а или б) и конјункцију $a \wedge b$ (а и б). Након овог открића уследио је бурни развој компјутера. Стања „има струје“ и „нема струје“ мењамо исказима „тачно“ и „нетачно“, прегледније их редом означавамо цифрама 1 и 0, негацију a пишемо a', дисјункцију као сабирање, а конјункцију као множење. Затим, конструишемо прекидаче који у електричном колу раде као негација, дисјункција и конјункција тока струје, па скупимо довољно таквих да можемо симулирати сваку реченицу коју би хтели инсталирати у дати компјутер. Као што знамо, тај се задатак показао решивим.

На следећој слици десно налазе се три једноставне шеме прекидача који симулирају негацију, дисјункцију и конјункцију, редом са лева у десно. Овде су приказани као доказ могућности

описаног програма конструкције, али те сличице у техници замењујемо мањим симболима. На оваквим шемама приметићете да се познајући a' може знати вредност улаза a у негацију, али да се након саме вредности излаза из дисјункције или конјункције не могу сазнати тачне вредности прекидача a и b. Зато кажемо да дисјункција и конјукција нису регуларне функције (за њих нема инверзне функције), односно да то нису повратни прекидачи. Међутим, постоје повратни прекидачи који су и универзални, у смислу да се помоћу њих може добити сваки од претходних (негација, дисјункција и конјункција), односно свака формула алгебре логике.



У класичној техници, најпознатији универзални повратни прекидач или капија је Фредкинов, а у квантној то је Хадамардов прекидач или вентил. Детаљније сам их описивао у књизи „Квантна механика“ [1]. Оно што се овде мора истаћи је да се све квантне еволуције којима смо окружени понашају као да иду кроз Хадамарду сличне вентиле. Наиме, квантни процеси се одвијају као да сви стално пролазе кроз неко универзално повратно коло. То је чудо које има и неке једноставне последице од којих су многе биле познате и пре овог сазнања.

Сви квантни системи (нпр. атом водоника) трансформишу се помоћу унитарних оператора који спадају међу једноставније у теорији векторских простора, па је сваки квантни систем репрезентација векторског простора. Вектор представља квантно стање, он је разапет обзерваблама (физички мерљивим величинама) као векторима базе, а промена тог стања је линеарни (унитарни) оператор. То је необично универзална, апстрактна конструкција која се, попут таблице множења, може примењивати на свашта и која, у свету квантне физике, доводи до зачуђујуће прецизних предвиђања. Не постоји област физике у којој експерименте можемо предвиђати са толиком тачношћу као у квантној механици, а опет која нам је мање јасна.

Друго, унитарни оператори представљају ротације. Формално, квантне промене су промене становишта у односу на физичке величине, еквивалентне ротацијама тог вектора стања у односу на ортонормиране обзервабле. Звучи апстрактно, али још је чудније када упознате ту област математике и када схватите да она функционише у квантној физици. Штавише, оператори чине векторски простор такође, па су и саме квантне промене формално еквивалентна врста репрезентације те исте реалности квантног света којег мењају.

Треће, у квантно-механичким процесима информације се не губе, па ипак, ти процеси увек теку ка што је могуће мањој производњи информације. Да бисмо разрешили овај парадокс и да бисмо испоштовали принцип информације (штедњу), јасно је да бисмо и неизвесност (нереализовану информацију) требали сматрати такође врстом информације. Формално то није проблем, али њиме задиремо у суштину када поставимо питање: „Чија информација је та неизвесност“? Сама математика квантне механике дозвољава егзистенцију посматрача (честица) чији је ток времена супротан нашем, па они онда можда и постоје.

Наш преображај неизвесности у информацију, посматрачу са обрнутим током времена био би супротан процес. Више опција које су се реализовале за нас, од којих нам је само једна видљива, а остале су у недоступним паралелним реалностима, за таквог су реалне неизвесности, али му је од наших неизвесности доступна само једна, док су му остале у паралелним реалностима. Такав, као и ми, постиже реализацију минимума информације, задовољен је принцип информације, па је такође и у његовом свету потребно више података за реконструкцију прошлости него за предвиђање будућности.

Ми не можемо (реално) комуницирати са инверзним временским путником јер би на питања која му постављамо он морао одговарати пре него што их добија, а због објективности неизвесности то није могуће. Зато су елементарне честице и комуникационо елементарне, јер податке које размењују морају „шутати на прву лопту“, не разумевајући их. Зато је прошлост, као и будућност (углавном) псеудо-реална, посебно и њему и нама.

Занимљиво је да се у античкој грчкој митологији могу проналазити аналогије са овим открићима.

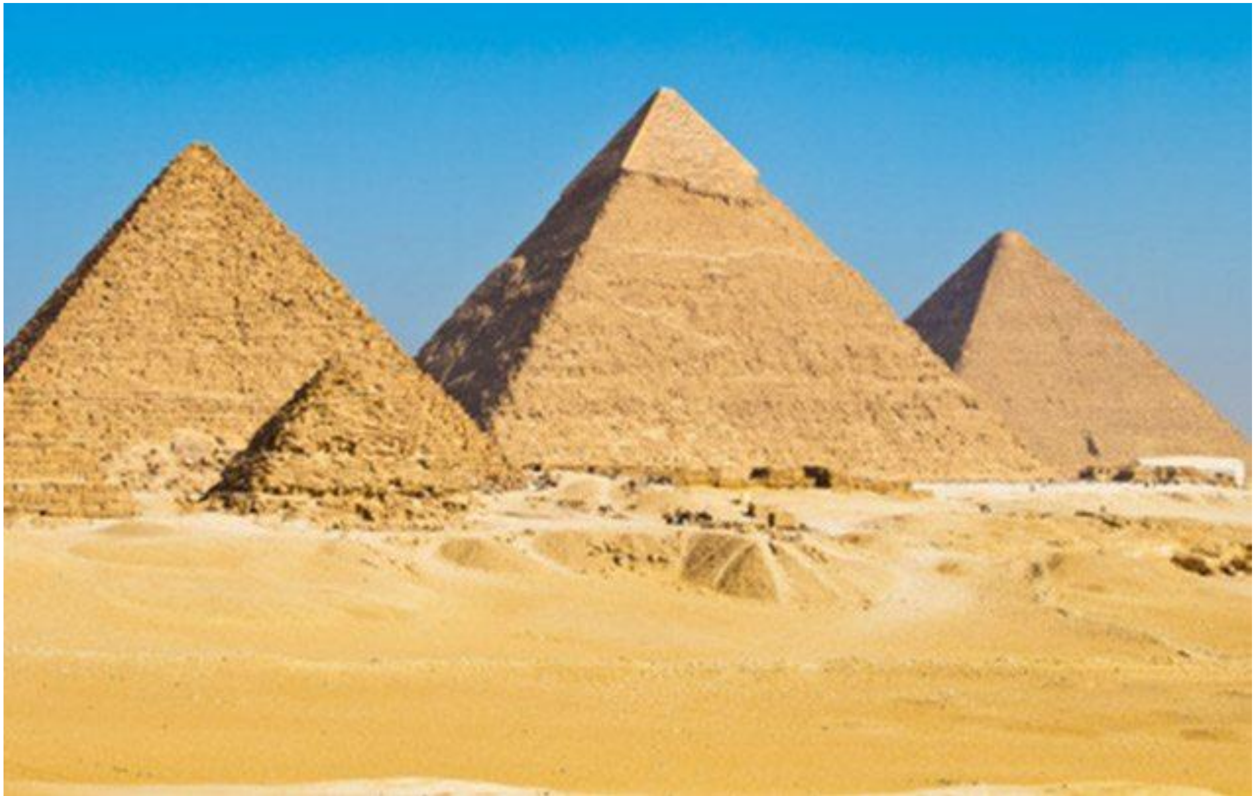
На пример, зависност коначног од бесконачног у зависности људи смртника од бесмртника богова. Немогућност да чак и богови управљају судбином видели смо у поменутом извлачењу жреба. Да то можда није само Зевсова манипулација у преузимању наследства и вођства од Хада, сумњамо и због немогућности Зевсове жене Хере да убије његовог ванбрачног сина Херкула, приказаног на слици лево. Човеку Херкулу је судбина била одредила бесмртност, коју чак ни богови не могу да промене, па га Хера ставља на разне муке да му макар загорча живот.

Овде долазимо до још једне могућности која постаје занимљиво питање о неизвесностима квантне механике. То је питање коначне судбине, са сличним одговором оном код хаотичних кретања која изгледају непредвидљива и неконтролисана, која се на крају ипак своде на периодична понављања, на атракторе. Истом логиком којом смо дошли до тих периода, предвиђамо да многи расути и објективно непредвидљиви путеви, којима свешћу делом шетамо кроз мултиверзуме, можда стижу на крају у сличне исходе. То не би значило да је судбина сваког појединца предодређена, колико да је предодређена судбина целе васионе.

Херкулова физичка снага је та која ради за њега, слично сили која мења вероватноће. Антички Грци не славе хедонизам као врхунски циљ човека, што је у бити савремене борбе за људска права. Они славе патњу и победу неизвесности оригиналншћу. За њих је суочавање са страховима оно што је за нас слобода. А то су формално веома слични појмови. На пример, већа је слобода у већој неизвесности, а обе, неизвесност и страх топе се истим. Суочавањем са неизвесношћу отклањамо је, као што страх лечимо страхом. Свемир корацима сразмерним сили, Херкул својом ограниченом, али огромном људском снагом.

Светлост

Антички Египат је цивилизација древне Северне Африке настала 3150. године пре нове ере око доњег тока реке Нила где се данас налази држава Египат. Из времена Ране прве династије је најстарији запис египатског писма, први календар, кочије са коњима. Старо краљевство почиње 2686. г.п.н.е. са 3. династијом, великом централизацијом државе, унапређењем управе, администрације, пореског система и великих градитељских подухвата. Кеопсова пирамида у Гизи, на слици, саграђена је око 2560 п.н.е. у време 4. династије. Период овог краљевства завршава распадом Египта на крају 8. династије око 2160. п.н.е. Стара египатска цивилизација је падала и дизала се све до краја 26. династије 525. године.



Од периода пре династија и фараона (6000-3150. г.п.н.е.) па даље, египатску културу одређују топла клима, периодична плављења Нила и веровање у богове. Према миту, пре стварања свемира постојао је хаос. Вода је покривала Земљу, владала је тама и није било богова. Тада је из воде изронило острво од блата, настао је први посвећени жртвеник, из таме су изашли полубогови и убирали трстику коју је вода доплавила на обалу, а на трстику је слетио божански соко. Касније се развио култ истине, сунца, неба, раста и живота мртвих.

Наслеђивање се у древном Египту није преносило женском линијом, иако њихова цивилизација није била толико мушка као следећа Грчка. Хатор је била божица весеља и љубави, Неба и Запада где пребивају мртви. Ма'ат је била божица истине и праведности, ћерка Ра бога Сунца, с пером „истине“ на глави. На улазу у свет мртвих она је вагала бесмртни део из срца умрлог који не би био тежи од пера код достојног човека. У супротном, бацали би умрлог зверима.

Васиона

Од прве писане историје до недавно налазимо да су свет чинили Земља, Сунце и Небо. То Небо је углавном сматрано сводом звезда, мање или више недоступним људима, а заједно са оним нама доступним светом – насталима неком креацијом. Ту негде је и крај приче о васиони са којом би се модерна наука могла сложити. Данас верујемо да је васиона настала Великом експлозијом (енг. *Big Bang*) пре око 13,7 милијарди година и да се од тада стално шири. Она се састоји од више стотина милијарди галаксија које се састоје од по више стотина милијарди звезда, али и од других тела окупљених гравитационом силом. Те галаксије су острва у претежној празнини, које се (просечно) удаљавају једна од друге одлазећи утолико брже од нас што су од нас даље.

Оне су сада тема. Нећемо подразумевати да је модерно схватање васионе тачно и дефинитивно, тек толико да бисмо га могли подешавати према новим принципима и последицама које смо до сада упознали. Сама идеја настанка простора, времена и материје експлозијом и ширење васионе није у конфликту са принципом коначности, па то нећемо мењати. Ширење је у складу и са спонтаним повећањем ентропије, које је последица принципа информације. Због штедње у производњи информације, утолико је спорија и производња времена. Другим речима, старењем васионе њено време успорава!

Успоравање времена васионе значило би да ми опажамо брже удаљавање даљих галаксија, него што је њихово „стварно“ кретање, јер оно што видимо сада заправо су догађаји од пре онолико милијарди година колико је светлости требало да нас стигне. Овај резултат је позната хипотеза и са друге стране, од шпанских истраживача[44]. Напомињем да њихова теорија, као и теорија струна, за сада немају много везе са овом, без обзира на евентуално исте резултате.

Коначним и бесконачним скуповима се баве топологија и функционална анализа. Према дефиницији, отворен скуп тачака X је онај у којем из сваке тачке $x \in X$ можемо прећи мало растојање у било ком смеру, а да и даље останемо у скупу X. На пример, интервал (0,1) реалних бројева, без граничних бројева 0 и 1, јесте отворен. Заиста, узмемо ли произвољан број $x \in (0,1)$, тада постоје два броја $x/2$ и $(x+1)/2$, оба у истом интервалу, али први је ближи левој граници, а други десној.

За било који универзални скуп U, кажемо да су његови подскупови S и S' комплементарни ако им је унија читав дати скуп $S \cup S' = U$ а пресек празан скуп $S \cap S' = \varnothing$. Затворен скуп дефинишемо као комплемент отвореног. Интервал [0,1] реалних бројева који садржи граничне бројеве 0 и 1 је затворен. Сваки највише пребројив скуп тачака је затворен. Отворени и затворени скупови нису узајамно искључиви, јер постоје отворено-затворени скупови, као што је на пример интервал [0,1), затворен нулом, а отворен према један.

---
[44] в. [8]

Једини скупови који су истовремено и отворени и затворени су празан скуп и цео простор. То сада даје ново светло и васиони и вакууму. Вакуум и васиона су једини материјално-нематеријални објекти, то су једина коначно-бесконачна тела ове теорије, с обзиром на принцип коначности материје. А и то има своје последице.

Старењем васионе време успорава, па се са било којег становишта из прошлости може рећи да ће она трајати бесконачно дуго. Слично као када са удаљене позиције посматрамо пропадање тела у црну рупу (енг. *Black Hole*), објекат толико велике масе и гравитације да из њене околине ни светлост не може побећи. Извана гледајући, честици која одлази у црну рупу време протиче све спорије и спорије до заустављања на граничној сфери која се назива хоризонт догађаја (енг. *Horizon Event*). Са тог становишта она никада не стиже у црну рупу, иако ће са становишта саме честице њен пролазак хоризонтом догађаја бити краткотрајан.

Успоравањем времена тела постају инертнија, релативна енергија се повећава. Ако време тече све спорије до заустављања, онда енергија расте до бесконачности. То јесте у складу са принципом коначности. Са друге стране, оно отвара проблем са законом одржања енергије, па и то требамо размотрити.

На слици 2-Д модела свемира десно, време тече одоздо на горе, простор се шири. Руб овог обрнутог шешира је граница видљивог свемира, а сами шиљак доле је почетак ширења, тзв. инфлација. Светлост из доњег дела не стиже до нас, јер није довољно брза. Постоји граница иза које не видимо те најстарије, од нас најудаљеније галаксије, а иза те границе због сталног ширења има све више материје. Та материја која је изван граница видљивог свемира, заостала у стварној прошлости, још је дубље у псеудо-реалности.

Са становишта неког апстрактног посматрача, којег замишљамо фиксираног негде са ове стране видљивог свемира, колико добијамо на маси због успоравања времена толико масе губимо иза границе видљивости. Са нашег становишта, сопственог времена, удаљене галаксије које би стајале непокретне видели бисмо у прошлости са бржим током времена. Међутим оне се удаљавају од нас, то брже што су даље, па због нарастања (саме) кинетичке енергије кретањем, оне могу имати стално исти укупни збир енергија.

Ово су, наравно, хипотетички закључци које за сада држим у резерви док год су изведени из премало претпоставки. Али она знања о свемиру што их имамо данас свакако су боља од онога са чиме су располагали стари народи, па могу послужити у сагледавању дела теорије коју заступам. На другој страни су разматрања затворено-отворених скупова која су посебно занимљива због примене и парадоксалне дуалности материје. Покушаћу укратко у том делу ове приче повезати квантне погледе на вакуум са космолошким.

Хајзенбергове релације неодређености су откривене на самим почецима квантне механике, у раном 20. веку. Подсећам, оне говоре и о константном производу неодређености ΔE мерења

енергије E и неодређености Δt мерења времена t, тренутка опажања те енергије. Тај производ је (мало мањи од) реда величине Планкове константе $h \approx 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{kg/s}$, па пишемо $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$. Слично важи за неодређеност импулса и положаја $\Delta p \cdot \Delta x \geq h$ дуж исте осе.

У случају вакуума, прва релација неодређености значи да се у сваком интервалу времена $\Delta t > 0$ може појавити честица (овде позитивне) енергије $\Delta E < h / \Delta t$, која неће нарушити законе физике. Из данас већ многобројних експерименталних потврда знамо да вакуум врви таквим честицама. Називамо их виртуелним честицама.

На слици Фејнмановог[45] дијаграма лево, γ је виртуелни фотон, са e^- су означени електрони који се одбијају. Хоризонтална оса је просторна, вертикална је време. Електромагнетно поље које ствара електрон зрачи (сферу) виртуелних фотона, који постају реални када интерагују са другим електроном. Тада наступају закони одржања.

За укупни импулс два електрона и фотона важи закон одржања, па се електрони одбијају. Леви иде лево по апсциси на слици, а десни десно. Одбијају се као чамци на језеру, када из једног пребацимо врећу песка у други. Слично се преносе и енергија и спин, али и информација. Када се такав пренос обавља виртуелним фермионима (честицама спина $\pm\frac{1}{2}$) представљамо их равном линијом, приказаној на истој слици десно горе. Следећа ознака испод је таласаста линија, резервисана за фотоне. Глуоне обично представљамо петљама, трећом линијом одозго, а четвртом испрекиданом Хигсове бозоне.

Због закона одржања и релативности опажања физичка својства имају још једну ретко примећену особину. Неизвесност пре реализације случајног догађаја постаје информација након[46]. Укупна количина „неизвесност плус информација“ појединог затвореног система било којег случајног догађаја, константна је, не мења се током производње дате информације. Она је константа система, па је и константа васионе. Међутим, произведена информација нити количином није једнака за сваког, сопственог или релативног посматрача, јер би у противном васиона веома брзо потрошила своју неизвесност. Много је више релативних посматрача него сопствених, али релативни опажају мању производњу информације од сопственог код сваке случајне реализације, па (сопствена) васиона траје.

Дакле, када се у малом интервалу времена Δt деси стварање виртуелног пара честице и античестице укупне енергије ΔE, ова енергија је неограничено велика ако је интервал неограничено мали, гледајући извана. Сви догађаји такве честице су сопствени за једног посматрача изнутра. Како ми не видимо много њих, њихов свет нам кратко траје. За житеља те мале „васионе“ наш трептај читава је вечност.

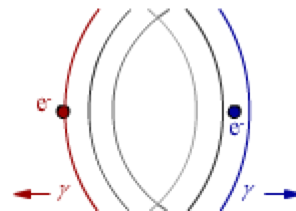
---

[45] Richard Feynman (1918-1988), амерички физичар.
[46] Цитирам књигу [2], текст пред слику 1.26.

Квантна спрегнутост

Неколико питања покреће претходна слика Фејнмановог дијаграма, а која нису објашњавана у његовим лекцијама[47] нити у другим уџбеницима физике. Прво је питање трајекторије виртуелне честице. На слици се сугерише да је то линија, али се може показати[48] да то мора бити сфера. Поље силе око честице са набојем чине виртуелни таласи који је окружују.

Наиме, да би се проузроковало одбијање електрона Кулоновом силом (пропорционалном наелектрисањима честица а обрнуто пропорционалном квадрату растојања између њих), виртуелни фотони се не могу појављивати као одскакивање пинг-понг лоптице. Међутим, рачун ће бити тачан ако γ замишљамо као виртуелну сферу која се шири из центра (сваког од) електрона e^-. Такве виртуелне сфере, скициране на слици десно, наилазе у равномерним таласима, при чему не мора баш свака да интерагује са другим електроном. Интеракција је случајни догађај са шансама које опадају са квадратом удаљености електрона, дакле са површином сфере, независним од интензитета те интеракције.



Физичке величине које преноси та сфера размењују се уколико се деси интеракција.

Спин електрона може бити позитивна или негативна половина, а спин фотона позитивна или негативна јединица. Како важи и закон одржања спина, код овог преноса није могућа свака вредност фотона. На пример, ако је спин електрона на слици лево $+\frac{1}{2}$, а десно $-\frac{1}{2}$, онда је могућ прелазак фотона спина $+1$ са лева на десно, након чега ће спин електрона лево бити $-\frac{1}{2}$, а десно $+\frac{1}{2}$. Следећа размена истог смера истом врстом фотона није могућа, али јесте могућа у супротном смеру. Зато су положаји приказаних електрона мало асиметрични.

Друго питање је како електрони знају да је дошло до интеракције виртуелним фотоном? Ако први електрон промени спин, а није дошло до интеракције, нарушен је закон одржања укупног спина система те три честице, као и обрнуто, ако први електрон не промени спин а промени га други. Показује се да је слично усклађивање случајних догађаја са законима одржања физике ванвременски и ванпросторни процес, који се назива квантна спрегнутост.

Квантну спрегнутост (енг. *quantum entanglement*) су открили Ајнштајн, Подолски и Розен у свом раду[49] из 1935. године, па се тај феномен назива и АПР парадоксом. Они су квантну спрегнутост приметили као недоследност формализма квантне механике са „добром“ интуитивном представом о ширењу дејства простором. Када су два догађаја случајна, али и везана неким законом одржања, тада мерење првог јесте случајни догађај, али мерење другог то онда није, ма како велика била удаљеност између датих догађаја, а време између мерења кратко. Ајнштајн је ту појаву називао „фантомским деловањем на даљину“ (енг. *spooky action at a distance*).

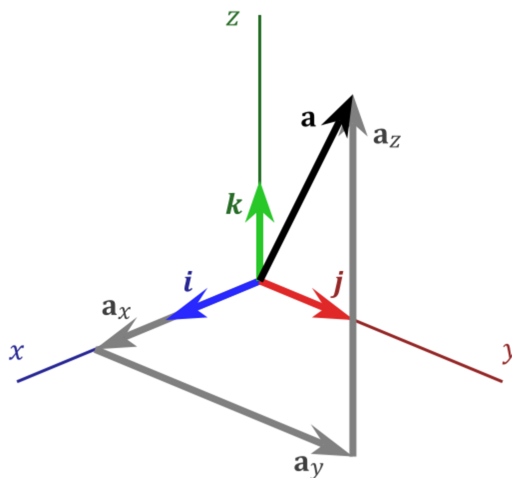
Они су посматрали мерења исте појаве у различитим системима координата. Рекли смо да обзервабле, мерљиве величине, представљају базне векторе који разапињу векторски простор.

[47] в. [9]
[48] в. [1], текст уз слику 1.14
[49] в. [10]

Дефинисани векторски простор представља посматрани квантни систем са стањима која су вектори. Променом векторске базе не мења се дати вектор, али се мења његов релативни однос према координатним осама. Нове осе представљају нове обзервабле, а пројекција, као дужина сенке у датом правцу, вектора на дату осу – дефинише вероватноћу налажења дате особине код траженог стања. Слобода избора базе векторског простора, гарантована теоремама алгебре и функционалне анализе, збуњује нас у овим применама.

Посматрајмо, на пример, распад радиоактивне честице укупног спина нула. Имамо квантни систем и почетно стање, другим речима, одредили смо векторски простор и почетни вектор. Када на две супротне стране (због одржања импулса) излећу две честице, Алиса и Бобан, оне имају супротне спинове (због одржања спина). Мерење спина Алисе је случајан догађај, али следеће мерење на Бобану то више није, оно увек покаже тачно супротну вредност првој.

Визуализација квантног стања је на слици десно. Бирамо три интересантне обзервабле које ћемо мерити и представљамо их *x*, *y* и *z* осом (апсцисом, ординатом и апликатом) правоуглог Декартовог система координата. Јединични вектори оса су редом $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$. Називамо их ортовима. Тиме је постављен оквир за неки скроман квантни систем. Скроман је јер је у пракси много више базних оса, а израчунавања се раде са комплексним бројевима.



Вектор $\mathbf{a}$ на слици је неко квантно стање. Окомите пројекције квантног стања $\mathbf{a}$ на осе су редом дужина a_x, a_y и a_z, а производи ових дужина са одговарајућим ортовима су сиви вектори на датој слици. Јасно је да се ротацијама система координата мењају пројекције истог квантног стања на нове осе. Вероватноћа опажања особине расте са квадратом дужине пројекције.

Како се свака (изометријска) трансформација координата може добити ротацијама, то су еволуције квантних стања увек неке ротације. Пренесимо то сада на поменути распад радиоактивне честице. Случајност мерења спина Алисе се доказује понављањем опита у истим условима, када се исход понаша попут исхода бацања новчића. Међутим, појединачно мерење је комуникација мерне апаратуре са објектом мерења. Предајом информације објекат смањује своју неизвесност (рецимо путања му је боље дефинисана), а обрнуто се дешава преузимањем информације. Сваки од два смера комуникације формално представља неке ротације система координата, а оне на крају (често) не враћају систем у почетни положај. Зато наредним мерењем спина Бобана не налазимо више раније очекивану случајност. Мерење прве честице исцрпиће одређену врсту неизвесности датог пара, па наредно мерење на другој показује извесност.

Према томе, квантна спрегнутост се дешава са зависним случајним догађајима. То није ништа необично у теорији вероватноће, али својевремено није примећивано. Зато су деценијама након открића АПР парадокса физичари преузимали почетна објашњења аутора, да примена актуелне

математике у квантној механици није тачна, да је та форма погрешно постављена и да у процесима квантне спрегнутости постоје неки скривени параметри. Та се становишта дуго нису мењала ни након Беловог[50] рада[51] објављеног 1964. године, у којем је он доказао контрадикцију претпоставке о скривеним параметрима. Квантна спрегнутост је сматрана доказом да математика квантне механике није добро изабрана, а та иста прича је у уџбеницима физике упорно преписивана, све до првих експеримената.

У складу са (мојим) претходним објашњењем квантне спрегнутости помоћу ротације система координата, Белов доказ, ретко коме разумљив, постаје мало јаснији. Поједностављено речено, захтев да се отклони квантна спрегнутост био би захтев да не важи теорема о слободи избора система координата. То би било посебно инсистирање да није могуће са датог система (*Oxyz*) прећи у неки други, такође правоугли Декартов систем координата (*Ox'y'z'*), а ово би довело саму алгебру вектора у контрадикцију.

Након првих експеримената и редања потврда квантне спрегнутости, схватили смо да је Ајнштајн био на корак од решења ове мистерије. Он је описивао зависне догађаје са паром рукавица, леве и десне, остављене у две идентичне кутије и послате на две стране света (слика горе). Када неко у Њујорку добије једну од тих кутија а не зна која је од две рукавице унутра, он једнако не зна која је у оној другој кутији. Међутим, отварањем своје кутије и сазнањем да је унутра десна рукавица, он истовремено сазнаје да је у другој кутији лева.

Слична везивања случајних догађаја са извесношћу проузрокују квантну спрегнутост. Из ванвременске и ванпросторне математике, то имамо у комбинацији закона одржања укупног спина и слободе спинова појединих честица. Такође, из закона одржања и слободне интеракције виртуелног фотона са другим електроном, из примера на почетку овог поднаслова.

---

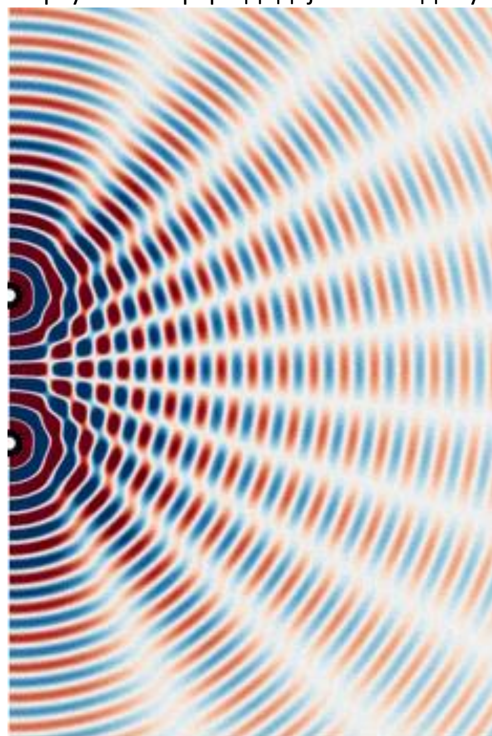
[50] John Stewart Bell (1928-1990), северно-ирски теоријски физичар.

[51] в. [11]

Интерференција таласа

Сада ћемо видети да је та уобичајена реч, интерференција, у физици несретно изабрана. Она не треба да се тумачи као узајамни утицај таласа, него као опажање појачавања, слабљења или поништавања два и више таласа од стране вањског посматрача. Суптилна је, али то је разлика са великим последицама. Индивидуалност учесника, таласа (честице) у интерференцији, сачувана је. Такви узајамно не интерагују.

Претходним сликама Фејнмановог дијаграма и интеракцији виртуелних сфера додајмо и следећу десно, где се види поље које формирају два електрона укупног набоја $q = -2e$, дакле двоструко јачег од тамо разматраних. Кулонова сила ове честице је два пута јача, а поједина поља електрона унутра интерферирају и не губе своје индивидуалне особине.



Слично чување посебности сваке од видљиве светлости из спектра имамо у белој светлости, што доказују исти они експерименти које је Њутн описивао у својој Оптици[52] из 1704. године. Пропуштајући белу светлост кроз призму добија се спектар боја, а он пуштан даље кроз другу призму даје опет белу светлост.

То значи да фотони међусобно не интерагују! Њихова појављивања на датим местима у датим тренуцима су независни случајни догађаји. Као и друга тела која се крећу постепено, без великих скокова, јер је таква и промена (релативних) вероватноћа деловањем сила око њих, фотони клизе простором у таласима. Рекли смо да ту периодичност као и случајност сматрамо последицом принципа коначности материје. Међутим, то не важи за апстрактни свет истина.

Математичке истине генерално нису насумични догађаји, нису обавезно коначни појмови, нити су везани простором и временом. Време није математички појам, а када се помиње „простор“ не мисли се на физички простор. Са друге стране, сва физичка својства материје долазе из апстракција, па посебно и независни случајни догађаји. Може се доказати[53] да су случајни догађаји зависни ако и само ако се искључују. Та теорема теорије вероватноће има невероватне последице због којих је можда остала незапажена у савременој физици. Погледајмо како оне мењају поглед на експеримент „двоструки отвор“ који смо раније поменули[54].

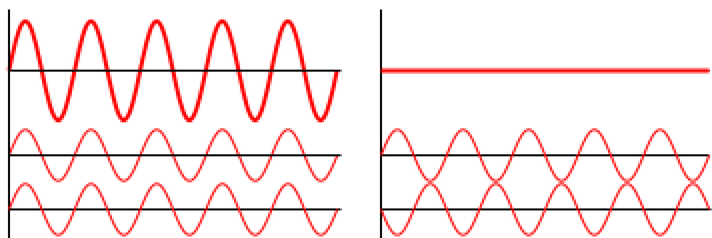
Детаље[55] ове тезе можете наћи у књизи „Квантна механика“ и неким мојим ранијим текстовима (нема је у званичној физици), а сада само скицирам главно. Начин сабирања амплитуда исхода, таласа који пролазе кроз двоструки отвор, упоређен са Борновим законом (о вероватноћама

[52] в. [12]
[53] в. [1], теорема 1.1.47.
[54] у поднаслову Неодређеност
[55] в. [1], текст уз слику 1.26.

изражени‌м помоћу амплитуда) не показује независност. Понављам, збир вектора стања улазних таласа-честица који производе интерференцију, регистровану на застору иза прореза у облику дифракционих светлих-тамних трака, није у складу са формулама за вероватноћу уније (збира) случајних догађаја. Доследно поменутој теореми, таласи који интерферирају представљају случајне догађаје чији пресек има вероватноћу различиту од нуле. Просто речено, данас је на датом месту могуће заједничко испољавање и оних таласа који су туда прошли давно а могли би интерферирати.

Та независност таласа која дозвољава њихову интерференцију и последица да они учествују у неким заједничким случајним догађајима сада, мада су се давно појављивали на датом месту, значи да је вакуум интерференција свих прошлих таласа. Ако ми неку светлост у вакууму не опажамо, то је зато што су све туда прошле светлости у равнотежи, поништиле су се, а укупни резултат је њихова тзв. деструкција. Тамо где видимо фотоне дешава се поремећај, вишак, тзв. конструктивна интерференција.

На следећој слици, доња два таласа интерферирају у горњи. Конструктивна па затим деструктивна



интерференција. Прве две амплитуде се повећавају, друге две поништавају. Када бисмо на неком простору много оваквих таласа генерисали на случајан начин, а затим сабирали (интегралом) све њихове амплитуде, добили бисмо неки талас или равну линију. У првом случају могли бисмо рећи да имамо фотон (честицу), у другом да немамо.

Ово објашњење је у складу са схватањем материје као дела апстрактног света истина, а такође и са нашим тумачењем вакуума. Сада је лако препознати да је оно у складу и са експериментом „двоструки отвор“. Наиме, пропуштајући таласе-честице једну по једну кроз двоструки отвор, у дужим временским размацима, као што је познато, појављују се исте светло-тамне дифракционе пруге на застору иза, као када пуштамо све те таласе одједном.

Интерференција синхронизује прошле догађаје са садашњим, као што имамо у случају квантне спрегнутости. Трећи пример сличнога је Шредингерова мачка. Замишљена мачка у кутији симулира квантни догађај. Мачка је жива или мртва зависно од неке случајности из недавне прошлости, а ми не знамо резултат – док не отворимо кутију. Када отворимо кутију и нађемо да је мачка жива, односно мртва, то ће значити да је поменути случајни догађај није, односно јесте убио. Штавише, ако смо пре отварања кутије имали стварну неизвесност, као што је то у случајним догађајима квантног света, онда ће наше ново сазнање дефинисати и одговарајући догађај из прошлости. Та информација из садашњости мења прошлост!

У својим расправама у Копенхагену од 1925. до 1927. године, оснивачи квантне механике Бор[56] и Хајзенберг засновали су аналогну интерпретацију квантне механике. Квантни системи, уопште, немају дефинитивне особине пре мерења, а квантна механика само предвиђа вероватноће да ће

[56] Niels Bohr (1885-1962), дански физичар.

се у датим мерењима појавити тражени резултати. Процес мерења утиче на систем и своди вероватноће на само једну од могућих вредности, одмах након мерења. Та се особина назива колапс вектора стања, тј. таласне функције. Теорија коју излажем подржава њихову, али је не следи у схватању реалности.

Посматрачи су сви учесници реалности. То су честице које могу да интерагују, односно да комуницирају. Што је више посматрача систем може дуже трајати, јер су расположиве неизвесности веће, а њихово трошење, емисије информације су дуже. Зато у васиони огромног садржаја опажање или неопажање једног субјекта може бити занемарљиво трошење њених неизвесности, па она траје и траје. Напротив, немогућност (реалног) опажања виртуелне честице указује на одсуство њене (реалне) неизвесности и чини њен живот веома кратким. Вакуум врви виртуелним честицама, чији производ енергије и периода живота није већи од Планкове константе, а ми за њих сазнајемо само посредно, оне су за нас псеудо-честице. Када енергија таквих постаје бесконачно мала њихово трајање постаје бесконачно дуго и такве „честице“ постају сличне теоремама математике.

Природа крије истине, али их не може сакрити све. Укратко, након интерферирања и наизглед поништавања, сви таласи-честице прошлости ту су сада и постоји начин да их приметимо. А једна од таквих метода крије се у открићу тамне материје (енг. *dark matter*). Подсећам, радећи у Калифорнијском технолошком институту и проучавајући галактичке облаке, Цвики[57] је 1933. године открио да не постоји довољно видљиве материје којој би се могла приписати јачина гравитационог поља унутар и између галаксија. Галаксије се пребрзо окрећу с обзиром на своју масу!

Као клизачица на леду када почне да се окреће у месту и скупљајући руке убрзава, слично се ротирање галаксије око центра синхронизује са њеном масом. Брзина окретања дела галаксије зависи од удаљености од центра и околне масе онако како је то објаснио Кеплер[58].

Током седамдесетих и осамдесетих година прошлог века је Цвикијев мањак (чак 90%) материје потврђиван и код осталих галаксија. Ово сазнање је родило идеју да материја која недостаје није „нормална“, него је посебна, нека непозната „тамна материја“. Теорија о „тамној материји“ је у почетку била слабо прихватана, али данас представља део савремене космологије, иако није познато њено порекло. Реч „порекло“ могла би овде бити кључна. У том случају, начин откривања тамне материје космологије и интерференције свих прошлих таласа биће сличан; зато што у самој интерференцији честица нема интеракција.

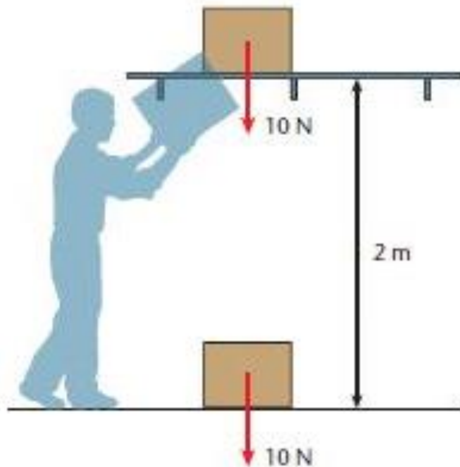
[57] Fritz Zwicky (1898-1974), швајцарски астроном.
[58] Johannes Kepler (1571-1630), немачки математичар.

Сила

Видећемо да има различитих дефиниција силе које се у класичној физици своде на исто, али не и у релативистичкој. На ово можемо гледати слично стапању таласних и честичних особина у дуализам микро-света, када у макро-свету имамо јасне разлике између таласа и физичких тела. Теорија релативности своје разлике у појму силе игнорише просто зато што следи само ону коју своди на геометрију. Али нама требају и остале силе због принципа вероватноће.

Посматрамо два система координата у узајамном једнолико праволинијском кретању, где се други креће у односу први брзином $\mathbf{v}$ интензитета v. Када су два система правоугли Декартови чије се осе у почетном тренутку ($t=0$) поклапају , а кретање се одвија дуж њихових апсциса, онда можемо користити ознаке и резултате из поднаслова „Ентропија“. То значи да сопствене величине (посматрача у мировању) и даље означавамо индексом нула, а одговарајуће релативне (које се виде у кретању) без тог индекса.

Једна од најједноставнијих и најчешће употребљаваних формула за силу је $E=\mathbf{F}\cdot\mathbf{r}$, где је лево од једнакости скалар (број) који означава енергију или рад, а десно је скаларни производ вектора силе и пута. Она дефинише „рад силе на путу“. Срећемо је свугде.



На пример, на слици лево видимо подизање терета од 10 N (килограм масе) са пода на полицу, на висину 2 m. Рад 10 N x 2 m = 20 J је савладао силу гравитације. Он је једнак повећању гравитационе потенцијалне енергије датог терета. Другим речима, 20 џула је енергија потрошена за подизање масе, тежине 10 њутна, на висину 2 метра.

Вратимо се сада Фејнмановом дијаграму из поднаслова „Васиона“ и посматрајмо интеракцију честица у кретању, у датом тренутку. Енергију коју пренесе виртуелни фотон између електрона означимо са инфинитезималним скаларом dE, силу одбијања електрона њоме генерисану означимо са вектором $\mathbf{F}$, а промену положаја електрона изазвану фотоном са инфинитезималним вектором $d\mathbf{r}$. Енергија је једнака потрошеном раду силе на путу, дакле $dE=\mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$. Разликујемо два случаја, када је растојање између електрона окомито на правац кретања (индекс $\perp$) и када су оба електрона на истом правцу (ознака $\|$).

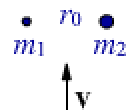
Када је кретање електрона окомито на правац кретања система који посматрамо, нема релативистичких промена, па можемо писати $F_\perp = F_0$, где на левој страни једнакости стоји компонента силе окомита на правац кретања а на десној је сопствена сила, коју бисмо видели да се крећемо заједно са системом. Када је кретање електрона на правцу кретања система, онда добијамо $F_\| = F_0\gamma^2$, где је са леве стране једнакости компонента силе паралелна кретању система.

Виртуелни фотони стварају електромагнетно поље и са њиме силу која покреће електроне. Они даље мењају положаје и правце кретања, а наведене компоненте тада треба комбиновати. То су сложенија израчунавања која овде прескачемо. Битно је да смо схватили поенту, да релативна сила паралелна кретању расте са квадратом успоравања времена (γ^2), а сила окомита на смер кретања остаје непромењена.

Изгледа једноставно, али није. Резултат који смо добили није једнак ономе који следи деривирањем директно из Лоренцових трансформација[59]. Питање је зашто? Пре свега, зато што Лоренцове трансформације важе у инерцијалним системима специјалне теорије релативности, а они то више нису када урачунавамо и силу. Трансформација такве силе инваријантна је на Лоренцове трансформације, па се вртимо у кругу.

Друго, у Њутновој механици сила је производ масе и убрзања ($m\mathbf{a}$) али је сила једнака и промени импулса у јединици времена ($\frac{d}{dt}\mathbf{p}$). Међутим, у механици специјалне теорије релативности те две силе више нису једнаке. Узимајући изводе по времену познатих релативистичких релација $E = mc^2$ и $E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$, које се углавном и користе уместо Лоренцових трансформација, након сређивања[60] налазимо $m\mathbf{a} = \mathbf{F}_\parallel / \gamma^2 + \mathbf{F}_\perp$. Релативна компоненте силе $\mathbf{F}_\parallel$ паралелна брзини (правцу) кретања покретног система расте пропорционално са γ^2, док окомита компонента на брзину $\mathbf{F}_\perp$ остаје непромењена. Када $\mathbf{F}_0 = m\mathbf{a}$ прогласимо за „сопствену силу“ добијамо слагање са претходним нашим извођењем.

Да ово „проглашавање“ није без основе приметићемо када израчунавање за Фејнманов дијаграм применимо на два тела релативних маса m_1 и m_2 који се гравитационо привлаче. На скици десно приказан је положај два тела којима се (инерцијално) приближавамо у тренутку када је линија привлачења окомита на правац кретања (доле) и друга када је паралелна (горе).



У првом случају нема контракције дужине па је релативна удаљеност тела једнака сопственој r_0. У другом случају је $r = r_0\gamma$. Масе су у оба случаја релативне ($m = m_0\gamma$). Гравитација привлачи тела силом сразмерном масама и обратно сразмерној квадрату њиховог растојања. Када доњу силу прогласимо „сопственом“ и означимо са индексом нула, онда доле имамо $F_\perp = F_0$, а горе $F_\parallel = F_0\gamma^2$. Ово није „рад силе на путу“ и резултат је мало другачији, а опет на неки начин сличан. Различит је због релативних маса обе силе, окомите и паралелне, што у случају наелектрисања немамо . Погледајмо то у следећем мисаном експерименту[61].

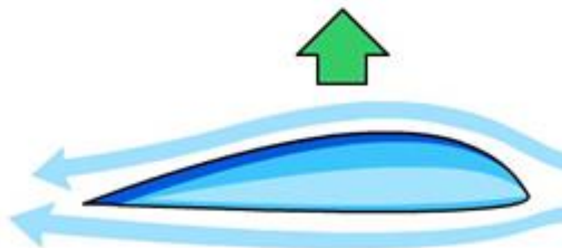
Посматрајмо два вагона А и Б који се крећу у супротним смеровима и насип Ц у односу на који су те брзине константне $\pm v$. Простор између вагона у тренутку мимоилажења је отворен и нека су они веома близу, тако да ваздух може слободно прелазити из једног у други. Из динамике флуида

---

[59] в. [13]
[60] в. [2], формула (1.39)
[61] в. [2], слика 1.25.

узимамо Бернулијеву[62] једначину ($\frac{1}{2}\rho v^2 + P = \text{const}$, где је ρ густина флуида, v је брзина, а P притисак), због које знамо да млаз флуида (гаса или текућине) усисава честице из своје околине притиском који расте са квадратом његове брзине.

На слици авионског крила видимо главни разлог узгона, који је последица Бернулијеве једначине. Што је већа брзина авиона у десно, ваздух око крила струји брже, али због облика крила, већом брзином са горње стране. Горњи ваздух усисава крило снажније и авион добија узгон. Са датим обликом и величином крила постоји оптимална брзина и висина лета авиона, када су те силе у равнотежи са тежином авиона.



Пренесено на наш пример са вагонима, имаћемо три становишта, три посматрача, с обзиром на специјалну теорију релативности. Са становишта посматрача А, који мирује у првом вагону и због релативности кретања, може се сматрати да се креће само други вагон. Ваздух тог вагона је флуид који усисава, што би требало довести до кретања ваздуха А → Б. Са становишта посматрача Б који мирује у свом вагону, из истог разлога, требало би се десити супротно кретање Б → А. Са становишта посматрача Ц, који то све гледа са насипа, оба вагона се крећу једнако, за сваки једнако важи Бернулијева једначина, па нема преласка ваздуха. У чему је проблем?

Ствар је у томе што у овој причи нисмо узели у обзир релативистичке промене притиска. Притисак је количник силе и површине $\mathbf{P} = \mathbf{F}/\Pi$, где је Π површина на коју сила $\mathbf{F}$ делује. Притисак и силу намерно пишем као векторе, јер њихове релативне вредности у различитим правцима нису једнаке, чак и ако сопствене вредности јесу. Релативна контракција дужина постоји само дужином вагона, па релативни притисци ваздуха у вагону, напред-назад и лево-десно у односу на правац кретања, износе редом $P_{\parallel} = P_0\gamma^2$ и $P_{\perp} = P_0\gamma$, где је индексом нула означен сопствени притисак, равномеран у свим правцима.

Тај бочни притисак мора бити тачно једнак усисавању због кретања флуида, што значи да је друга наведена једначина управо Бернулијева! Ово је, наравно, новост за физику, па је зато истичем. Добили смо побољшање Бернулијеве једначине, слично као што је релативистичка формула за повећање укупне енергије побољшање формуле за кинетичку енергију.

Исте формуле за трансформацију силе могу се применити на ширење васионе. Чињеница да у васиони морамо имати неизвесност, дакле вероватноћу, значи да морамо имати силе. Зато је у случају хомогене васионе (након Велике експлозије) логично претпоставити егзистенцију неког потиска у свим њеним тачкама, који је развлачи а који делује и данас. Галаксије се удаљавају инерцијално, па та сила, ако је константна, расте са квадратом коефицијента успоравања времена. Зато галаксије релативно убрзавају. Ми видимо прошлост, а зато и све брже одмицање од замишљеног центра експлозије,који је у свим правцима од нас (ако нема других сила). Разрада ове идеје ишла би ка објашњењу тзв. тамне енергије, недавног открића космологије.

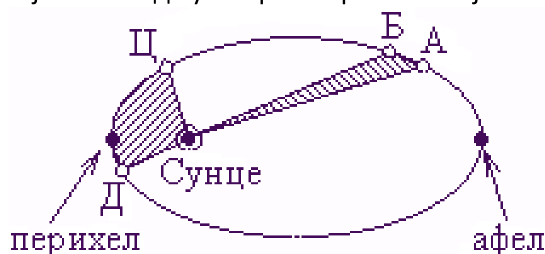
[62] Daniel Bernoulli (1700-1782), швајцарски математичар.

Гравитација

Овде причам понешто о развоју идеје гравитације последњих векова и проблемима који су ме мучили са њом. Веровали или не, али око тога су се вртила моја прва очекивања у раду на физичкој информацији и вероватноћи.

Нема шансе да ћеш помешати детерминизам и случајност – убеђивао ме колега – вода и уље се не мешају. Или јесте детерминизам или није, брале, а није због небеске механике! И много бољи од тебе су сломили зубе на том ораху – застао је да уздахне – на том бедему детерминизма. Мучни су били и моји остали разговори о овим темама те прошле деценије.

А ја сам негде у то време трошио своје самопоуздање из математике на тражењу дубљег смисла у вези између Кеплерових и Њутнових закона. Први Кеплеров закон, сећам се, јесте о елипсама орбитама планета са Сунцем у жижи. Други његов закон тврди да линије које спајају планету са Сунцем прелазе једнаке површине у једнаким интервалима времена, као шрафирана област од А до Б или од Ц до Д на слици лево. Трећи закон каже да је квадрат звезданог периода (времена обиласка око Сунца) сваке те планете пропорционалан кубу велике полуосе њене елипсе... Али, када боље размислим, ове пасусе можете и прескочити.



Ако се посматра неки мали пут планете, од тачке А до Б и шрафирана површина П, угао САБ је рецимо α*, удаљеност од Сунца до А је* $\mathbf{r}$*, а удаљеност од А до Б је* $d\mathbf{r}$*. Шрафирана површина је инфинитезимални скалар* $\frac{1}{2} r dr \sin\alpha$*, али је она и интензитет оријентисане површине, векторског производа вектора* $d\Pi = \frac{1}{2}\mathbf{r} \times d\mathbf{r}$*. Деривирањем по времену добијамо* $\dot{\Pi} = \frac{1}{2}\mathbf{r} \times d\dot{\mathbf{r}}$*. Још једном деривирамо по времену и добијамо* $\ddot{\Pi} = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{r}} \times \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{r}})$*. Први сабирак десно у загради је нула, јер је векторских производ паралелних вектора нула. У другом сабирку вектор* $\ddot{\mathbf{r}}$ *је убрзање планете, а по Њутновом другом закону оно је пропорционално гравитационој сили, па има исти правац са* $\mathbf{r}$*. Зато је и други сабирак нула. Дакле,* $\ddot{\Pi} = 0$ *, а отуда* $\dot{\Pi} = \text{const}$*. што је управо Други Кеплеров закон.*

Први Њутнов закон говори о инерцији: „Свако тело остаје у стању релативног мировања или равномерног праволинијског кретања све до дејства другог тела или силе“. Други Њутнов закон говори о сили: „Убрзање тела сразмерно је сили која на њега делује, а обрнуто сразмерно маси тела“. Трећи је закон акције и реакције: „Сила којом једно тело делује на друго тело једнака је по интензитету и правцу сили којом друго тело делује на прво, али је супротног смера“. За сваку силу акције која делује на неко тело постоји и сила реакције.

Вртио сам се око оваквих реченица тражећи нешто, а да ни сам нисам знао шта. Међутим, ко не тражи тај и не нађе! Силе радо шрафирају константне површине попут Кеплерове, а приметио сам да и константност тих површина значи присуство силе. Оно значи и минимализам у трошењу енергије, минимализам дејства, а затим и минимализам комуникације! Касније сам се забављао површинама, рецимо многоуглова помоћу „комутатора“, како сам називао детерминанте другог реда из развоја површине троугла (в. [15]). Информацију сам запоставио.

Није да нисам примећивао да исти комутатори садрже разлике два Лагранжијана (познати изрази за принципа најмањег дејства физике) или да исти Лагранжијан дефинише и неку меру количине опција које тело има, али нисам знао шта бих са њима.

Ако је посуда са гасом у сателиту који кружи око Земље, она је у бестежинском стању и молекуле гаса се распоређују једнолико, али ако та посуда стоји на површини Земље, гравитација повлачи молекуле и оне су гушће ка дну. То сам сматрао јасним доказом да гравитациона сила мења вероватноће и да би поремећај вероватноћа могао значити присуство неке силе. Али једно је рећи ако а друго је знати како! Квантна механика ради са вероватноћама дефинисаним амплитудама таласа-честица, а оне као да су имуне на гравитацију. Зато сам обратио пажњу на таласне дужине, гледајући их очима Луј де Броја и Хајзенберга некада, као „размазаност“ честице, њену „неодређеност“ положаја и, према томе, као густину вероватноће.

Израчунавање промена потенцијалне енергије тела која се крећу гравитационим пољима можете наћи на многим местима па и у мојој књизи „Простор-време“. Тамо[63] имате и занимљиво извођење масе, $m = m_0\gamma$, тела које пада у гравитационом пољу. Масу m_0 имало би то тело ван гравитационог поља. Уз ту масу стоји коефицијент $\gamma = \exp(\mathrm{GM/rc^2})$ који развојем у ред и занемаривањем виших степена постаје једнак са одговарајућем релативистичком, познатом из Ајнштајнове теорије гравитације. Он је еквивалент истоименом Лоренцовом коефицијенту. Број $G \approx 6{,}67\times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ је гравитациона константа, M маса планете или звезде на које тело пада, r удаљеност тела од центра гравитације, а $c \approx 3\times 10^8\,\mathrm{m/s}$ је брзина светлости у вакууму.

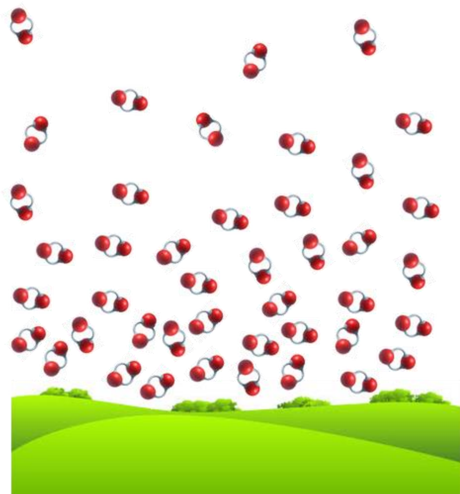
Повећање масе датог тела тумачимо повећањем инертности због успоравања времена, што значи да време у гравитационом пољу успорава са истим коефицијентом ($\Delta t = \Delta t_0\gamma$), а тада имамо

[63] в. [2], формула (1.124) и даље

велику аналогију са формулама наведеним у поднаслову „Ентропија". Да би то могло бити, потврђује и следеће разматрање.

Повећање масе настаје повећањем укупне енергије, на исти начин $E = E_0\gamma$, због повећања кинетичке енергије, повећањем брзине у слободном паду. Исто важи за све таласе-честице, па светлост која нам долази са звезде[64] има фреквенцију $f = f_0 / \gamma$, где је f_0 њена фреквенција изван гравитације. Како је број трептаја n у јединици времена обрнуто пропорционалан трајању једног трептаја $n \cdot \Delta t = \text{const.}$ и добијамо опет $\Delta t = \Delta t_0\gamma$, израз једнак претходном. Гравитација успорава време!

Одговарајућа таласна дужина[65] је $\lambda = \lambda_0\gamma$. Она је већа у јачем гравитационом пољу звезде, па су тамо мање и густине вероватноће (дефинисане таласном дужином). Ове вероватноће сматрам релевантним за гравитацију, па наилазимо на један парадокс. Мања вероватноћа даје већу информацију чија производња дефинише време. Више произведене информације значи бржи ток времена! Отуда парадокс.



Раније је већ поменуто да је решење овог проблема у одласку дела садашњости у паралелну реалност. Гравитација опште теорије такође троши информацију као и релативни системи специјалне теорије, а ту, на исти начин као и раније, нема контрадикције.

У гравитационом пољу гушћи ваздух је ближе поду собе, па посматрач који мирује далеко од поља, или који слободно пада у пољу то примећује као нарушавање ентропије. Зато се тело у слободном паду неће спонтано зауставити, јер неће спонтано тежити стању мање ентропије. То је према тумачењу ентропије на Болцманов начин. А према ентропији Клаузијуса, количнику топлотне енергије и температуре, то добијамо на следећи начин. Слободни пад повећава само кинетичку енергију тела, без промене топлоте, али повећава температуру тела[66] (овде не мислим на трење). О повећању температуре тела сведочи црвени помак, иначе од раније познат из Ајнштајнове теорије.

Геодезијске линије су простор-временске путање спонтаног кретања тела у гравитационом пољу које следе из Ајнштајнових једначина поља, али су оне и оптималне вероватноће које у простор-времену генерише гравитација. Оба начина се апроксимирају Њутновим и Кеплеровим путањама (елипсама, параболама и хиперболама), а то није чудно за математику. Познајемо и више стотина доказа исте Питагорине теореме, па зашто не бисмо могли имати исто толико тачних начина да дођемо до једнаких геодезика. На крају приметимо да је негде на почетку ове књиге речено и више од тога, да природа заиста може да меша воду и уље. Она воли различитости.

---

[64] због Планкове квантне формуле $E = hf$

[65] због $\lambda f = c$

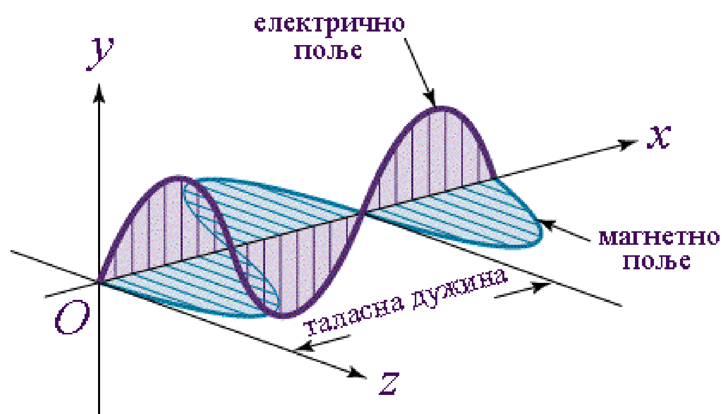
[66] Моја (хипо)теза из претходних текстова.

Електромагнетизам

Колико год су нам лонгитудиналне (уздужне на правац кретања) особине светлости биле битне за разумевање гравитације, толико су нам њене трансверзалне (окомите) особине битне за разумевање електромагнетних појава. Погледајмо их, редом од најпознатијих.

Амплитуде

На слици десно видимо фотон, талас-честицу електромагнетног зрачења, у кретању апсцисом у правоуглом систему $Oxyz$. Амплитуде електричног поља $\mathbf{E}$ периодично расту и опадају дуж ординате, а амплитуде магнетног поља $\mathbf{B}$ дуж апликате. Једна смена тих вредности, електричног и магнетног поља, деси се на путу једне таласне дужине λ. Раван Oyz ротира око осе x.



За разлику од таласних дужина које се ширењем сфере таласа не мењају, амплитуде се смањују. То видимо на ширењу таласа воде по површини, такође, који се полако смирују повећавањем кружнице фронта, при чему вертикалне осцилације постају све мање, а дужине њихових периода се не мењају.

Таласне дужине одређују вероватноћу путање у гравитационом пољу[67], а амплитуде одређују вероватноћу интеракције. То су две различите врсте вероватноћа од којих ову другу у квантној физици регулише Борнов[68] закон. Ширењем сфере виртуелног фотона око првог електрона смањују се његове амплитуде (електромагнетног поља), а са њима и шансе интеракције са другим електроном. Није случајност што се те амплитуде смањују са удаљеношћу, а површина сфере са квардатом удаљености, она сразмерно смањивању Борнове вероватноће интеракције. Енергија, импулс, спин и слично фотона при томе се не мењају и, у случају интеракције, то су физичка својства која се преносе на други електрон.

[67] Моја (хипо)теза из претходних текстова.

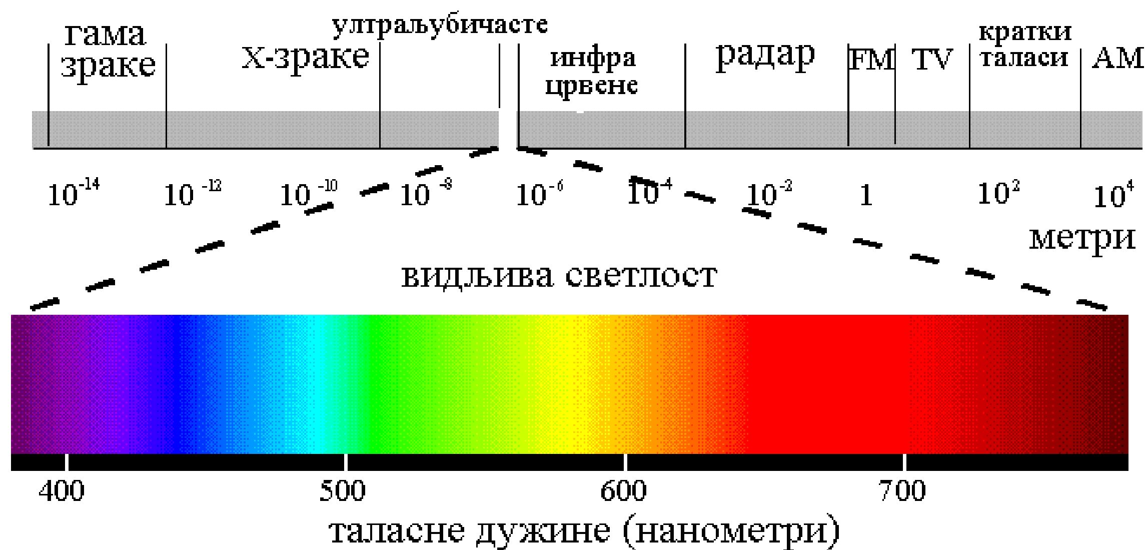
[68] Max Born (1882-1970), немачки математичар.

Амплитуде електричног поља увек су окомите на правац кретања светлости и на правац магнетне амплитуде. Када је брзина ротације равни Oyz око осе x нула кажемо да је светлост поларизована у правцу електричног поља; њене вибрирације су у равни Oxy. Поларизатор је решетка која филтрира светлост својим ланцима молекула полимера оријентисаним у једном правцу. Само упадна светлост осцилација паралелних оријентацији полимера пролази, а светлост окомите вибрације не. Природна светлост, каква је сунчева – није поларизована. Она се одбијањем од површине воде делимично поларизује.

Таласне дужине

Таласна дужина светлости одређује њену боју, црвена најдужа, љубичаста најкраћа. На слици лево видимо како се бела светлост прелама кроз стаклену призму и расипа у просте боје, одоздо на горе редом, према растућој таласној дужини: у љубичасту, плаву, зелену, жуту, окер и црвену. Права путања кретања љубичасте светлости, са најкраћом таласном дужином, највише скреће. Најкраће таласне дужине највише реагују са стаклом и највише успоравају.

Видљива светлост је само незнатан део спектра електромагнетног зрачења, на следећој слици, поређаног са лева у десно по растућим таласним дужинама. За њих све важе иста правила преламања и одбијања.

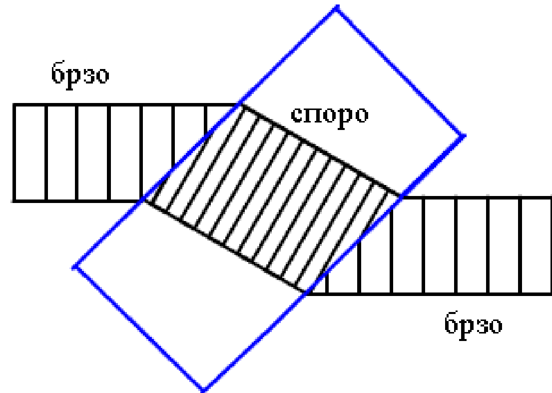


Како се на једној таласној дужини налазе све фазе амплитуде, то је енергија електромагнетних таласа пропорционална броју тих фаза у јединици времена (f -фреквенцији), односно обрнуто је пропорционална таласној дужини. Најмања енергија простог зрачења је квант (hf), за коју је Планк[69] открио да зависи једино од фреквенције.

[69] Max Planck (1858-1947), немачки теоријски физичар.

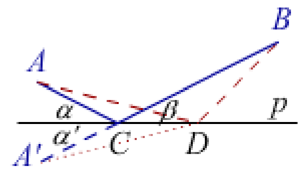
Преламање и одбијање

Када прелазе из средине у којој се крећу брже у средину у којој се крећу спорије, таласи се преламају ка нормали на границу средина. То се може демонстрирати помоћу војника (студената) поређаних у редове са једнаком међусобном удаљеношћу који се пусте да марширају преко неке границе две различите средине, као на слици десно. Попут фотона који интерферирају, а то значи да не интерагују, војници који марширају не морају да се држе за руке да би скретали. Више о овоме имате у прилогу [16].



Уопште, ако су v_1 и v_2 брзине таласа у две средине, а углови упадне и излазне зраке према нормали на границу тих средина α_1 и α_2 редом, онда је $v_1 : v_2 = \sin\alpha_1 : \sin\alpha_2$. То је Снелов закон кинематике, који се добија и из принципа најмањег дејства. Следи из најмањег времена потребног таласу да пређе дати пут са датим брзинама.

Принципом најмањег дејства може се добити и закон одбијања таласа. На слици лево, талас иде из тачке A у тачку B одбијајући се од праве p. Он се рефлектује у тачки C а не у тачки D, зато што је пут A'-C-B краћи од пута A'-D-B. Наиме, AC једнако је $A'C$, као и AD са $A'D$, јер су то осне симетрије, дакле пресликавања које не мењају удаљености (изометрије). Зато су упадни углови α и α' међусобно једнаки, и једнаки са одбојним углом β. Исто можете добити и условом најкраћег времена путовања константном брзином таласа: упадни угао једнак је одбојном углу. У стандардном моделу честица то би био крај ове приче.



У физици честица, баждарни бозон је носилац силе, преносилац неке од фундаменталних интеракција (гравитациона, електромагнетна, слаба и јака) на начин описан у Фејнмановом дијаграму. У стандардном моделу познате су три врсте баждарних бозона: фотони, W и Z бозони, те глуони. Сваки су од њих одговорни за једно међуделовање: фотони су баждарни бозони електромагнетске силе, W и Z бозони преносе слабу нуклеарну силу, а глуони јаку нуклеарну силу. Сви имају спин 1 и према томе су векторски бозони. За гравитацију се такође претпоставља да би се могла преносити хипотетским баждарним бозоном који је назван гравитон спина 2.

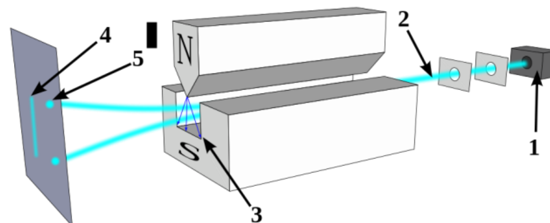
Ако би баждарни бозон спина 1 имао масу, имао би три поларизациона мода (два трансферзална и један лонгитудинални), а ако је без масе имао би само две трансверзалне поларизације, сматра се, онако како смо овде описавали фотон. Према томе ми смо претпостављали да је фотон честица без масе. Међутим, постоје и другачија гледишта (в. [17]).

Посматрамо ли фотон као честицу са масом он би се могао одбијати попут фелшаве лопте, тако да упадни угао није једнак одбојном. Постоје експерименти који ово потврђују (в. [18]), па ћемо и то размотрити. Пре тога погледајмо шта је спин на начин како је откривен.

Спин

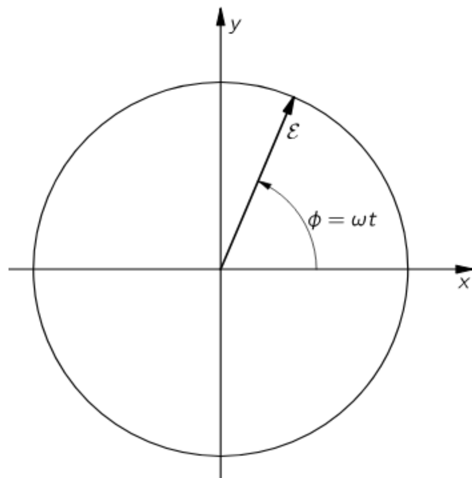
Спин је основна особина елементарне честице, попут масе и наелектрисања и интерпретира се као унутрашњи момент импулса, слободније речено као мала чигра. Спин има димензију дејства а изражава се као умножак (спинског квантног) броја и редуковане Планкове константе $\hbar = h/2\pi$, са две $\pm$ вредности. Честице са целобројним спинским квантним бројем су бозони, а са полуцелим фермиони. Поред елементарних честица, спин могу имати и сложеније, рецимо атомско језгро, када се говори о нуклеарном спину који је збир (комбинација) спинова протона и неутрона од којих је језгро начињено.

Спин интерагује са магнетним пољем и утиче на кретање електрона, па је тако и откривен 1922. године у Штерн-Герлаховом експерименту. Мерећи магнетни диполни момент атома сребра при проласку кроз нехомогено магнетно поље примећено је цепање снопа јонизованих атома на два зрака. Примећено је да се сноп цепа на $2l+1$ делова, где је l орбитални квантни број. Сличан експеримент са водониковим атомом је поновљен 1927. године и поново је добијено исто цепање снопа. Једино објашњење овакве особине било је да електрон поред орбиталног момента импулса поседује додатни унутрашњи угаони момент импулса који је назван спин.



На слици Штерн-Герлаховог експеримента[70], десно, атоми сребра пролазе кроз нехомогено магнетно поље и раздвајају се горе и доле зависно од свог спина. Ознаке су: 1 – пећ, 2 – зрака атома сребра, 3 – нехомогено магнетно поље, 4 – очекивани резултат, 5 – опажени резултат.

Фејнман је у својим Лекцијама[71] посматрао поларизовану светлост у систему који ротира за угао ϕ око z-осе. Као на слици лево, та се ротација добија множењем комплексним бројем $\exp(i\phi)$. Он (тачно) закључује да то значи да фотони светлости који су десно кружно поларизовани носе неки јединични угловни импулс дуж z-осе. Такође, да ако имамо зраку светлости са великим бројем фотона, сваки кружно поларизован на исти начин, она ће имати збирни угловни импулс.



Фејнман даље израчунава, када је укупна енергија зраке током неког времена W, онда тамо има $N = W/\hbar\omega$ фотона. Сваки од њих носи угловни импулс $\hbar$, па је укупни угловни импулс $J_z = N\hbar = W/\omega$. Он даље закључује да би класична физика светлости могла имати доказе да таква поларизација има енергију и угловни импулс пропорционалан J_z.

---

70 Wikipedia: Stern–Gerlach experiment

71 в. [9] , Book III, Ch17–4 Polarized light

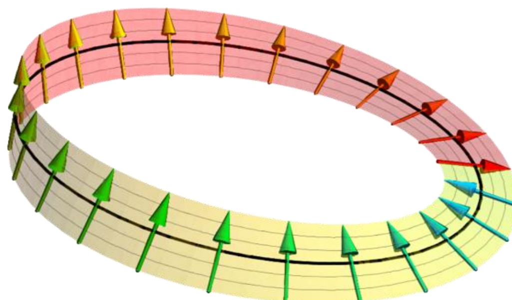
Двострука ротација

Вратимо се на горњу слику $Oxyz$ система и приметимо да током једне таласне дужине постоји асиметрија у кретању амплитуда. Посматрајмо кружнице (синусоиде) по којој се крећу електрична и магнетна амплитуда. У равни Oxy електрична амплитуда креће из O по горњој полукружници а магнетна је прати као сенка у својој десној полуравни. Срећу се на половини таласне дужине и електрична наставља, понире у своју доњу полукружницу, а магнетна иде у леву полураван Oxz. Када се поново сретну, на једној таласној дужини, завршава један циклус.

Међутим, питање је да ли природа у општем случају поштује ову искључивост у оријентацијама доле-горе и лево-десно. Ако не, када проучавамо кретање ових амплитуда у средњем (статистичком), у општим мешаним стањима, онда морамо урачунавати обе оријентације. Требамо укључити обилазак не само једне него две кружнице. Ротације ових амплитуда треба посматрати не за 360° него током 720°.

Када би било могуће зауставити фотон или везати за њега горњи систем координата, тада би амплитуда електичног поља обилазила круг у равни Oxy пречника од O до половине таласне дужине, где би се сретала са магнетном амплитудом која у окомитој равни Oxz обилази једнаку кружницу. Затим би се оне, свака по својој кружници, враћале назад у тачку O. То би такође била читава таласна дужина, али половина њихових могућности. Наравно, фотон се не зауставља, он увек иде брзином светлости, па је оваква слика само мисаона.

Оба објашњења, надам се, помажу разумевању једне одавно познате, али упорно „несхватљиве“ особине спина квантних честица. Спин је вектор окомит на замишљену раван ротације честице. Та раван овде је раван електричне амлитуде, а спин има правац z-осе. Међутим, за разлику од других вектора, спин треба ротирати два пута по 360° да би стигао у почетни положај. Доказ погледајте у мојој књизи[72].



На слици десно је Мебијусова трака. Добићемо је из обичне траке коју на крајевима спојимо супротно. Ако Мебијусову траку обилазимо попречним вектором као на слици, тек након два пуна круга (720°), након обиласка обе стране обичне траке, тај вектор долази у почетни положај.

Маса фотона

Ако фотон нема масу, како то да он осећа ефекте гравитације? То је једно од збуњујућих питања астрономије. Сматрајући да фотон нема масу мировања, ми данас Њутнову теорију гравитације узимамо само за приближну, а Ајнштајнову општу теорију за њено побољшање. Према тој новој теорији, гравитација није сила! Она је последица промена геометрије простора изазваних присуством масе. Геометријски тумачено, светлост не излази из црне рупе не само због њене велике масе, него и зато што нема пута.

[72] в. [1], уз слику 1.42: Диракова трака

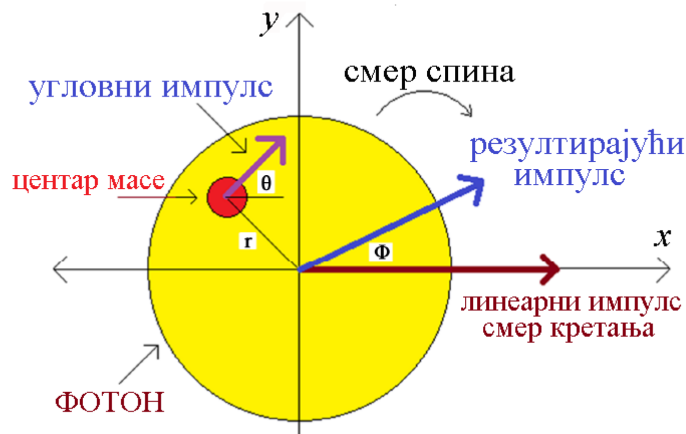
Опрезније гледајући, због исте теорије релативности из које имамо формулу $E = mc^2$, која повезује енергију $E = hf$ са масом m и брзином светлости c сваке честице, па и фотона, сматрамо да фотон има масу у кретању, али је она толико мала да је занемарујемо. Још би мања била његова маса споријег кретања ако би се фотон могао зауставити, па бисмо је још више игнорисали.

Мање директан приступ истом проблему је посматрање одбијања светлости, које сам горе поменуо. Ако се светлост одбија као фелшава лопта, тако да упадни угао није једнак одбојном, онда се може претпоставити да је то због несиметричне масе фотона. Међутим, светлост се никада не одбија онако савршено као на геометријском цртежу и из других разлога. Рецимо, подлога је увек храпава. Површина огледала није геометријска равнина, него је ткање молекула које у том процесу изазива пуно расипања. Ипак, неки експериментатори верују да су доказали довољно значајну асиметрију, разлику очекиваног одбојног угла од упадног.

Прихватимо ли да фотони поларизоване ласерске светлости рефлектовани незанемарљиво одступају од очекиване рефлексије, као што они тврде, онда фотон има масу. Штавише, та маса је ексцентрична, центар масе фотона није његов геометријски центар.

Ексцентрични фотон

На следећој слици лево видимо један ексцентричан фотон. Окрећући се док се креће дуж апсцисе такав фотон осцилује, што даје ново објашњење дуализму таласа и честица. Резултирајући импулс тера ову честицу фотона да се креће по таласастој кривој. Због масе и гравитационе силе која је привлачи, можемо рећи да фотони са удаљених звезда скрећу у гравитационом пољу Сунца.



Занимљиво је да оваква хипотеза може објаснити и интерференцију. Први случај је конструктивна интерференција, када се амплитуде сабирају. Два монохроматска електромагнетна таласа су у истој фази, производа целог броја и пуног угла 2π, па се њихови таласи прате и појачавају. Угловни импулси се сабирају. Други случај је деструктивна интерференција, када су елекромагнетни таласи у фазној разлици, производа непарног броја и угла $\pi = 180^\circ$. Фотони два таласа се понашају као један, али због разлике у фази они не иду горе-доле као талас, него се крећу по правој линији.

Комбинујући ове две екстремне интерференције, можемо разумети и случајеве са мањим фазним разликама. Још је лакше овом теоријом, разумети поларизацију светлости. То је сада просто осциловање између решетки. Није јасно колико је ова помало механицистичка теорија тачна, али је наводим јер у излагању аутора нема неког убедљивог неслагања са оним што овде заступам. Поготово је нисам хтео занемарити јер верујем у могућност разноликих објашњења истих стварних појава.

Дејство

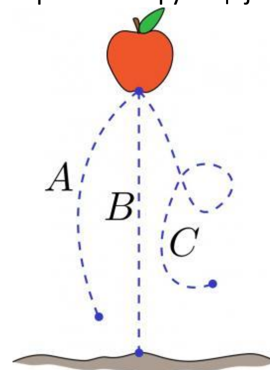
Дејство или акција S је у теоријској физици једна апстрактна величина која описује укупно кретање физичког система. Оно се приписује динамици физичког система за извођење једначина кретања. Дејства су математички функционали (функције које пресликавају векторски простор у скаларно поље) који трајекторију, такође називану путањом или историјом, система пресликавају у реалне бројеве. Уопште, различите путање оно пресликава у различите вредности. Има димензију [енергија]·[време] или [импулс]·[дужина], а SI јединица му је џул-секунда.

За разлику од енергије, која се због закона одржања може замишљати као кромпир или јабука, што може свако, дејство је апстрактан појам, мање интуитиван и смишљан од случаја до случаја, посебан зависно и од трајекторије. Он се употреби само једном, рецимо да бисмо извели диференцијалне једначине које лаици углавном не разумеју. Нећемо се претварати да је физичко дејство јасна ствар, али треба знати да је кориснија па и фундаменталнија од енергије.

Важан разлог велике употребе дејства у физици је „принцип најмањег дејства“. По том принципу физичка тела стижу тамо где требају за најкраће време, најкраћим путем, са најмањим утрошком енергије и слично. Видели смо то на примеру одбијања светлости. У случају енергије варирамо Лагранжову функцију $L = E_k - E_p$, разлику кинетичке и потенцијалне енергије коју би тело могло имати на различитим путањама, па бирамо најмању вредност. Дејство је укупни Лагранжијан током времена, интеграл $S = \int L\,dt$.

Чувене Ојлер-Лагранжове једначине кретања теоријске физике су минимум Лагранжове функције:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}}\right) = \frac{\partial L}{\partial r}.$$



Зависно од датих услова, из тих једначина, или мало модификованих, изводе се трајекторије небеских тела под дејством гравитације, како у Њутновој тако и у Ајнштајновој теорији. Њихова решења су путање опруге, њихање клатна, али и свако познато кретање у физици, укључујући квантну механику.

На пример, на слици десно[73], за три путање јабуке у паду можемо добити укупна дејства S_A = 4,3 затим S_B = 0 и S_C = 10,8 m^2 kg / s, па закључујемо да ће B бити она стварна. Слично варирајући трајекторије небеских тела и бирајући минимално L односно S добијамо геодезијске линије тела у закривљеним просторима Ајнштајнове геометрије, а отуда елипсе, параболе и хиперболе као њихову апроксимацију, познате Кеплеру и Њутну.

Када неко кретање не задовољава принцип најмањег дејства, онда знамо да немамо појаву из физике, тачније речено, знамо да немамо кретање мртве твари. Тада посматрамо живо биће! То је почетак моје приче о информацији перцепције, која је тема мало касније.

[73] Gravity, http://sciencenordic.com/gravity-it-all-your-head

Овде се прво укратко осврћемо на начин рада са Лагранжијаном и принципом најмањег дејства, без намере да се у то превише упуштамо. За физичку појаву треба дефинисати положаје датог тела, рецимо векторима $\mathbf{r}(x, y, z)$ у тренуцима t. Посматрамо кретања тог тела између две тачке, између вектора $\mathbf{r}_A$ и $\mathbf{r}_B$ у временском интервалу од t_A до t_B. Тело из тачке *A* одлази у тачку *B*, па израчунавамо вредности разлика енергија (Лагранжијана) коју онда интегралимо да добијемо дејство. Од свих могућих путева бирамо онај са најмањом вредношћу S.

Јасно је да треба пуно тога знати о телу и о простору којим се тело креће да би се могао изабрати минимум. Зато је утолико изненађујуће и генијално откриће Лагранжа и Ојлера који су пронашли опште једначине кретања за све те фантастично различите ситуације.

Шта је Лагранжова механика?

Лагранжиан = L = E_k-E_p

Једначине кретања:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x}\right) = 0$$

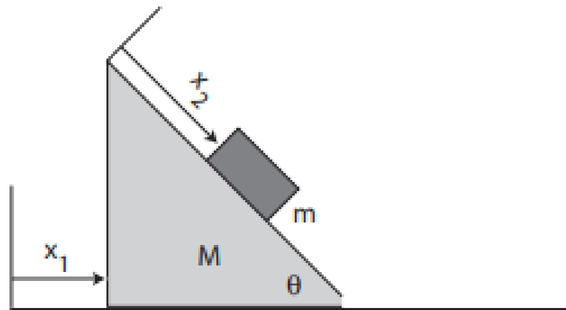
брзина и висина: $v = \dot{x}$, $y = x$

$E_k = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ $E_p = mgx$

$a = -9.8 m/s^2$, y, v

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$, $E_p = mgy$, $g = +9.8 m/s^2$

Лево је детаљ из израчунавања слободног пада у гравитационом пољу на површини Земље. Даље десно је сложено кретање стрме равни масе *M* и тела масе *m* на њој. Оба се могу добити варирањем Лагранжијана и узимањем најмање вредности дејства. Наравно, оба се та два кретања могу добити и помоћу саме старе Њутнове механике. Међутим, метод „најмањег дејства“ је једнако универзалан у Максвеловој електродинамици, у термодинамици, теорији релативности, квантној физици.



Нећемо погрешити ако сав неживи и живи свет супстанце која нас окружује поделимо на ону за чији Лагранжијан важи принцип најмањег дејства и ону за који не важи. Та друга супстанца су жива бића. Бар тако нам изгледа сва материја данас познате васионе.

Еквивалент Лагранжијану у км (квантној механици) је Хамилтонијан. Аналогно класичној механици, Хамилтонијан се обично изражава као збир оператора који одговарају кинетичкој и потенцијалној енергији система ($\hat{H} = \hat{E}_k + \hat{E}_p$). Сви овакви (линеарни) оператори км се понашају еквивалентно физичким појмовима које представљају, па је Хамилтонијан укупна енергија квантног система. Он је централна фигура класичне км, али не толико и релативистичке.

Разлог због којег је у релативистичкој км Лагранжијан можда популарнији јесте то што поставља временске и просторне координате на истој основи, што омогућава да на коваријантан (да закони физике остају непромењени) начин запишемо релативистичке теорије. Користећи Хамилтонијане, релативистичка инваријантност није експлицитна и може компликовати многе ствари.

Важно место у обе км такође има вероватноћа, а зато ускоро можда и информација. Отуда потреба да се занимамо за Лагранжијан у км, јер принцип информације неодољиво подсећа на принцип најмањег дејства. Природа воли да шкртари, али је у томе сама себи поставила нека

ограничења. Због принципа вероватноће постоје неизвесности и реализација у информацију, али тако да је емисија информације минимална. Са те стране природа би нам онемогућила посматрање енергије или импулса да ту није ограничена Хајзенберговим релацијама неодређености. Тако долазимо до поменуте слободе $S = S_1 + S_2 + ... + S_n$, где су сабирци $S_k = a_k b_k$ редом за $k = 1,2,...,n$.

Да би овакви *S*-ови могли бити добра репрезентација са једне стране дејства, а са друге слободе, видимо на следећи начин. Ако слободу сматрамо мером, количином опција, онда је она такође природна појава за коју важи принцип најмањег дејства. Независно од тога да ли је Мојсије заиста постојао или није (око 1300. године п.н.е.), да ли је био верски вођа, законодавац и пророк који је извео Јевреје из Египта, он има харизму. Та је харизма утолико већа што је већа снага његове воље (a_k) да изведе Јевреје и истовремено већа снага забране (b_k) од стране Египта да се то извођење не уради. Према томе, Мојсије је утолико већи историјски или митски лик што је већи сабирак S_k у изразу који је мера његове слободе, односно „животности“.

Исти израз за слободу постаје мера „мртвила“ када се примени на неживе твари. У случају Хајзенберговых релација можемо писати $S = \Delta x \cdot \Delta p_x + \Delta y \cdot \Delta p_y + \Delta z \cdot \Delta p_z - \Delta t \cdot \Delta E$, где се множе неодређености положаја и времена са неодређеностима импулса и енергије, а чија вредност је минимална, реда величине Планкове константе. Приметимо да у случају неживог бића, дакле „мртвила“, повећање првог фактора у производу значи смањење другог и обрнуто, за разлику од „животности“, где већи иде са већим (а мањи са мањим).

За константне низове коефицијената a_k и b_k, када множимо веће са већим (и мање са мањим) и сабирамо производе тих парова у S добијамо максимални збир[74], а када спајамо мање са већим (и веће са мањим) дибијамо минимални збир[75]. Из тога следи да „животност“ поседује веће физичко дејство од „мртвила“. Како је оно збир енергија, Лагранжијана, то живе ћелије имају не само већу слободу (количину опција) него и већу енергију. Тај вишак енергије живих бића одржава њихов метаболизам, а који опет, њима даје већу слободу кретања.

Да константност слободе изражена неодређеностима значи одсуство физичке силе доказује се из ње извођењем Лоренцових трансформација[76]. Већа вредност слободе одговара већој вредности енергије (исте материје) и већој количини избора, па зато и већој информацији.

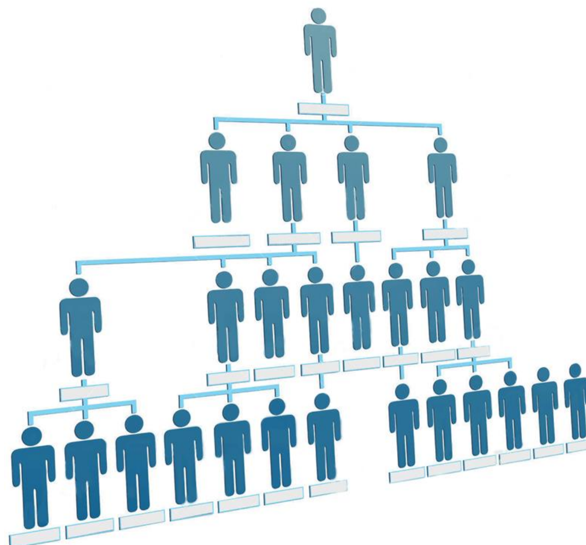
Међутим, већа слобода омогућава веће лагање, коју принцип информације дозвољава па и захтева. Природа је саткана од истина, али она их воли заметати. Зато ће Ма'ат, старо-египатска божица истине и праведности, на улазу у свет мртвих пером „истине“ вагати достојност човека, верујући да они који су за живота користили превише лажи не требају да иду даље. Њих треба бацати зверима, зато што су светлу истину волели замењивати тамом.

[74] в. [3], теорема 1.5.4.
[75] в. [2], теорема 1.2.7.
[76] в. [2], пример 1.1.2.

Организација

Религија је израз потребе људи за ауторитетом. Она је и показатељ наше способности да се надамо, да верујемо у нешто неизрециво, да размишљамо апстрактно. Потврдиће се да се она такође подвргава важним заједничким особинама, као и организација живих бића уопште, ова са самим живим бићима, а та са физиком. То су принципи коначности, вероватноће и информације, поред осталих, јер су жива бића, као и њихове организације, такође материјални.

Историја религије рачуна се од проналаска писања око 3200 година п.н.е, а отприлике у исто време почиње и праћење људског организовања. Али то је друга врста коинциденције, овде мање битна. На свој начин небитне су нам и неке заједничке форме тих структура. Рецимо познати описи родних, племенских, државних организација, царстава, или са друге стране, политичких, стручних, војних и корпорацијских организација.



Значајнија нам је особина религије у ужем смислу да је она уверење и обожавање надљудске моћи контроле, посебно у личности Бога или богова. Слични су трагови унутар сваке озбиљне организације људи, али и они су само корак ка ономе што нас интересује. Попут луковице састављене од самих формалних истина, људско тело је организација више трилиона живих ћелија. На сличан начин на који ће ткива ћелије њој омогућити да живи и да се репродукује, ћелије организма се удружују у веће и сложеније живо биће.

Оба покреће исто оно спонтано бежање од вишка информације које молекуле гаса тера у једнолика и безлична распоређивања, али различитом формом од мртве твари која није у стању да одржи довољан вишак информације. За разлику од неживих, жива бића имају тај вишак са којим могу манипулисати. Она се зато спонтано, покренута принципом информације, крећу из равноправности у стања реда и хијерархије. Бежећи од неизвесности, која је Пандорина[77] кутија развојности, жива бића се одричу слободе зарад веће сигурности и ефикасности. Тако сакривају информацију пакујући је у организацију.

Еволуција живота на Земљи није садржана само у простом тумачењу Дарвинових процеса, преживљавања и размножавања у насумичном низању једнаких избора, него и у неким још увек неоткривеним законима који једноставније облике живота кондензују у сложеније. Насумично ширење ка непознатим опцијама са избацивањем лошијег јесте ефикасније, али и загонетније од промишљеног развоја посебно због ограничености ума наспрам природних могућности. Опет од тих овде помињаних многострукости, увек већих од сваке целине.

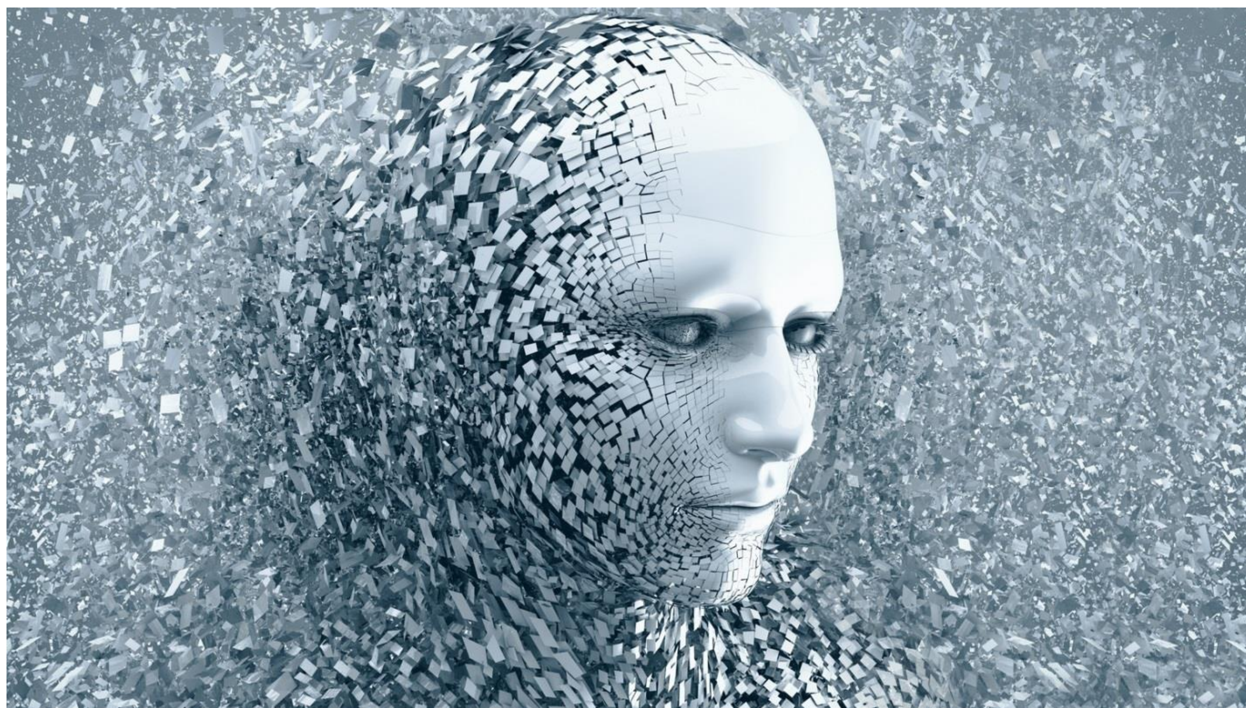
---

[77] Пандора (грч. Πανδώρα), у грчкој митологији је жена титана Епиметеја. Пандора је жена која је на свет донела зло и патњу. Пандорино име у преводу са грчког значи свиме обдарена, јер је то сложеница од две речи - *pan* = све і *doron* = дар.

Интелигенција

Као што не сматрамо неким ауторитетом самог чиновника који доследно следи тачно прописана правила, тако интелигенцијом не сматрамо саму способност рачунања машине која дословно извршава кодне упуте раније написаног програма. Обома у раду недостаје објективна случајност. Да бисмо нешто сматрали правим ауторитетом, оно мора имати ту макар малу особину живог бића да може да доноси одлуке. Слично разликујемо аутоматско понашање од интелигентног. То је у складу са претходним у овом излагању.

Интелигенција је способност живог бића да користи доступне опције. Из тога следи да већу интелигенцију има јединка са већом „количином перцепција“ реалности. Затим да перцепцијама сматрамо не само све оно што је доступно чулима, него и мислима. За разлику од учења савремене психологије, овде интелигенција подразумева и вештине, а појам ширимо и на евентуалне машине, ванземаљце и уопште на жива бића. Зато што интелигентне способности укључују пластичне и независне особине које индивидуа може имати у односу на своју средину, интелигенција је векторска величина. Она се састоји од низа компоненти који су мере појединих објеката окружења. Истим редом тим објектима придружујемо друге вредности, компоненте хијерархије. Хијерархија је способност околине да живом бићу ускрати доступне опције.



Како је способност опажања, избегавања или контроле ограничења такође ствар перцепција појединца, то за већу „количину перцепција“ требамо признати ону која опажа више вањских сметњи. Укратко, „количину перцепција“ називамо информацијом перцепције и сматрамо је величином пропорционалном како способностима које називамо интелигенцијом, вектором $\mathbf{a}$, тако и ограничењима које називамо хијерархијом, вектором $\mathbf{b}$. Информација перцепције је њихов скаларни производ, број $S = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

Да је назив „информација“ за меру перцепција добро изабран указује могућност свођења овог израза ($S = a_1b_1 + ... + a_nb_n$) на Шенонову[78] информацију, где су први фактори сабирака вероватноће (реализације објеката окружења), а други фактори су логаритми тих вероватноћа. Шенонова информација је очекивана (средња) вредност Хартлијевих информација скупа случајних исхода различитих вероватноћа. Са друге стране, скаларни производ вектора је проверен појам алгебре, у смислу да није контрадикторан. Према томе, S можемо сматрати задовољавајућим поопштењем информације.

Укупна интелигенција јединке односно укупна хијерархија окружења је интензитет, норма вектора, $a = |\mathbf{a}|$ односно $b = |\mathbf{b}|$. Пластичност интелигенције значи способност лакшег мењања вредности компоненти него норме. Ако смо ову особину добро протумачили, онда ће успешнији менаџер бити уреднији, предвидљивији и крући у споредним особинама попут тачног одласка и доласка на посао, дневних рутина, начина облачења, јер ће се његова интелигенција моћи усмерити на важније ствари. То је пластичност свеже кобасице која стиснута са једне стране може експлодирати на другој.

Зато што је хијерархија у друштвеним односима, а поготово је то информација перцепције, мање променљива величина од интелигенције, постављајући мање интелигентне кадрове на партијске, чиновничке или полицијске дужности имаћемо већи утицај хијерархије на њих, добијаћемо боље послушнике. У другом крајњем случају, постављајући интелигентне (у овде дефинисаном смислу) ризикујемо претње осталима због њихове супремације, као што се то дешавало са Ал Капонеом, Наполеоном, Цезаром, Мојсијем.

[78] Claude Shannon (1916-2001), амерички математичар.

У књизи „Информација перцепције“ (в. [3]) наћи ћете многе сличне примере наведене због тестирања квалитета нових дефиниција више него ради извођења нових последица. Интелигенција се сматра способношћу стицања и примене знања и вештина (овде и самим вештинама). Тако је Алберт Ајнштајн једном популарно рекао: „Мера интелигенције је способност мењања“, а Стивен Хокинг је то даље парафразирао: „Интелигенција је способност прихватања промена“. Са разумевањем да правих промена нема без оригиналности, а ових без неизвесности, видимо да интуитивни појам интелигенције нисмо скрнавили.

Дефинисана помоћу информације перцепције интелигенција више није резервисана за људе. Перцепције имају и животиње и биљке, а имају и неку организацију. Према томе, нове дефиниције ($S = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$) подразумевају једнаку применљивост и на траву, мраве, примате.

Биљке и животиње из исте средине немају исте перцепције. Зато, на пример, многе гусенице нису штеточине за четинаре. Оне не конкуришу на исте ограничене ресурсе и тако могу бити у симбиози, за разлику од листопадног дрвећа против којег се четинари боре испуштајући отрове у своје окружење. Биљке са мање опажања имају и мање развијена интелигентна понашања, али и мање потребе. Са слабијим перцепцијама траве и њиховом лошијом организацијом од мрава ми травњак сматрамо мање интелигентним од мравље колоније. Оба као векторе веома малог (позитивног) интензитета у односу на људску организацију.

Због симетрије у формули информације перцепције, интелигенција и хијерархија су дуални појмови. Грубо речено, оно што је друштвено уређење за нас, то смо ми за наше ћелије, а мравља колонија за мраве. Доследно, хијерархија је врста интелигенције.

Видели смо да је информација перцепције сразмерна физичком дејству, дакле сразмерна је и раду у јединици времена. Јасно је да веће дрво може имати већу количину перцепције од мањег, али да то не значи директно и већу интелигенцију, па је за још прецизније изражавање потребно радити са неком врстом специфичне перцепције, рецимо вредношћу S у јединици запремине, површине, или јединици масе тела индивидуе. Овде нећемо ићи тако далеко.

Приметићемо само да већи компјутер има већу шансу да буде и интелигентнији и организованији, али да то за његово укупно дејство не мора бити битно. Тако је, на пример, дејство много мање Наполеонове војске против Савезника у бици код Аустерлица било успешније. Као што знамо, та „битка три цара“ из 1805. године, једна је од највећих победа Наполеона којом је он поразио трећу војну, тада руско-аустријску, коалицију направљену у циљу уништења Француског царства и спречавања његовог ширења. Такође, мноштво компоненти вектора интелигенције односно хијерархије – не мора бити битно, јер и када их је веома много, они већином могу бити безначајни и занемарљиви. Треће, за векторе производа интензитета ближих вредности дејства рећи ћемо да су боље усклађени.

Равноправност

Стање једнаких способности и једнаких шанси које називамо равноправношћу не постоји. У фикцији једнаких способности и неједнаких шанси имали бисмо неправду, а у обрнутом случају, неједнаких способности и једнаких изгледа почињу борбе за доминацију.

Пре само осам година слични ставови били би веома спорни. То почев од тврђења да исте особе и равноправни услови не постоје, преко изјаве да инсистирање на једнакости генерише сукобе, да је равноправност погодно тло за хијерархије, па до налажења узрока све већег јаза између најбогатијих и осталих у самом либерализму. У најбољој атмосфери у кафанским разговорима интелектуалаца на ове тезе се гледало као на добре вицеве.

Добронамерно прилазећи мојим објашњењима „нетачних поставки“ правних система и налазу „контрадикције“ либерализма у самој његовој дефиницији, један колега ми је препоручио списак поучних књига, не сумњајући у моје непознавање ствари – Ако си математичар, слобода је број, а ако ниси, шта је? – Упитао ме шеретски се осмехујући – Али тврдим – убрзавао сам – слобода је количина неодређености, врста информације и за вас и за нас и има је више када су опције равноправне. Слобода је у опцијама, у неизвесности, а количина таквих се повећава са равно-правношћу – био сам упоран – а поврх тога је факат да природа не воли истину! – залетао бих се на крају док ме други можда више и нису слушали.

У покушајима да на брзину скренем пажњу није ми остајало ни довољно времена нити памети за осмишљавање боље дедукције. Ти разговори су често личили на пресипања из шупљег у празно. Али ствари су се мало по мало мењале временом, након мојих првих текстова, а онда и књиге „Информација перцепције“. Те очајне расправе су биле мотивација да прво пишем о друштву, а не о физици случајности.

Требате признати да се спортски такмичари постављају у што је могуће равноправније почетне позиције, пре свега због жешће борбе и бољих резултата, а тек затим и због правдања демократије. Исти је разлог за једнаке почетне позиције и у економској трци, пред студентима, међу кандидатима за радно место – увек ради филтрирања најбољих. Тако сам причао тих година, дуго и све мање узалуд.

Сада немам пуно тога за додати. Природа се заиста опире истини, иако је материјални свет скуп коначних љуски саграђених апстрактним истинама које делом примају облике неизвесности из којих их хтели-не-хтели ипак добијамо. Чињеница да се најчешће реализују највероватнији случајни догађаји постаде принцип вероватноће, да природа информацију даје на кашичицу, да је закида тамо где може, када год може – принцип информације.

Зато је борба за равноправност Сизифов посао. Да би избегли сукобе тамо где их не желимо, ширећи идеје равноправности, ми развијамо државу права. То је постала помама са идеологијом

либерализма, да слободу појединца треба да брани држава. Дефиниција либерализма у себи садржи идеју рекетирања, храњења моћи државе на рачун приватности коју јој ми појединци предајемо. У име слободе, ради заштите слободе, одричемо се слободе. А као и многе друге несреће које почињу лепим, крађа туђих права од стране државе у раном либерализму била је невидљива због наизглед неизмерног океана слобода који је тек требало освојити.

Све веће разлике, са једне стране све мањег процента људи који поседују све већи проценат целог света, а на другој страни осталих, последица су либералног капитализма. То раздвајање настаје због све ефикаснијих инфраструктура државе, заштита капитала богатих које оне нуде, а затим и због саме природе монопола, да више стичеш што више имаш.

Типична је структура моћи уопште. Једнакост у шансама максимизира количину неизвесности, а тиме и информације, па настаје ситуација којој природа чини свашта да је осујети. Тежећи поремећају неједнакости, спонтано крећу борбе за доминацију појединаца, организовања, сукоби за превласт насталих хијерархија. Због своје веће ефикасности над равноправнима, хијерархије постају ајкуле у мору ситне рибе у демократијама. Успешније надвладавају.

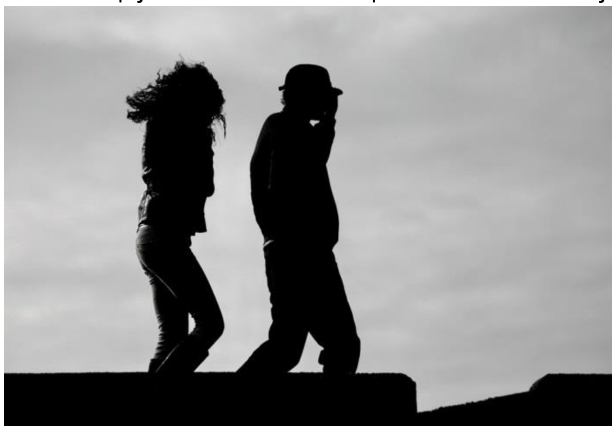
Тако су америчку демократију потчиниле корпорације. Оне су наставиле да експлоатишу државни апарат за своје пљачкашке војне походе у друге земље које су једнако лицемерно прикривале демократизацијом, тада најпиткијом догмом. Иако збуњени нередом иза, они су га преокретали у наводни успех ширећи лажи о секундарним циљевима. Слично су комунизми (једнакост радничке класе) изродили доживотне председнике, Француску након либералне револуције (1789-1799) преузео је Наполеон, а једнакост људи пред католичким Богом створила је инквизицију. То је друга страна инсистирања на равноправности и нарастања моћне државе закона према којој би сваки робовласнички систем из прошлости изгледао као дечија игра.

Објашњив је и механизам одобравања. Сва жива бића се осећају удобно у једној уској траци вредности слободе. Са једне стране тих вредности су непријатне и застрашујуће неизвесности. Оне нас покрећу на опрезност. Са друге стране су тескоба и отпор стези ограничења, односно мањку слободе. Распон удобних слобода није за сваког исти, а већина се пита. Више људи урадиће више посла, али је маса мање интелигентна од просечног појединца! Она зато чешће страхује од слобода, тражи још реда, сигурности, ефикасности. Паметнија мањина трпи, не буни се да не би оспоравала демократију, ту и тамо нешто ушићари, али и шути и мути, јер ситуација отвара и могућности манипулација, сада на њиховој страни.

Слобода је физичко дејство. Она се не огледа толико у цинцулирању, у играма на сигурно, колико у одважном походу на непознато. Више је слободе у агресивности него у глађењу. Више слободе је било у несигурним квартовима Њујорка, него на безбедним трговима комунистичких градова, јер је комунизам боље подилазио широким народним масама. Међутим, сви правни системи мало по мало, два корака напред један назад, забрањују све више „агресивних“ понашања.

Правни системи сада измишљају агресивност да би је забрањивали. Најмањим поводом, који би некада остао на небитној статистичкој грешци, преиспитују се неке граничне појаве и открива се њихова претећа комоција, а незанемарљиве грешке или спорост правде иду под тепих. Законодавство је машинерија која мора да ради, ослоњена на своје верне масе. Са становишта неких будућих истраживача, наше друштво ће изгледати као да је било опседнуто регулисањем. Оно ће касније признати неприродност данашњих токова, насупрот штедљивости васионе, а савремени правни мазохизам прерашће у минимализам закона, да се са што мање покрије што више, не ситничарећи. Надам се.

У трци озакоњивања најдражи плен данас су ризичне иницијативе и они облици понашања за које обично кажемо да су мушки. Ово је време феминизације правних друштава и питање је зашто? Према теорији која подразумева случајност, природа нас радо изненађује, понекад са тако великим препрекама да врсте адаптиране на предвидљивост и углађеност не успевају у еволуцији. Са тим ставом, биолошку двополност налазимо корисном.



Говорим о нијансама у понашању полова које као у теорији хаоса доводе до великих коначних разлика. Подразумева се да је корен свега репродукција. Даље се може приметити да је женски пол више окренут унутрашњој организацији, мушки вањској. Женски углађивању и сигурности, мушки ризичним иницијативама. Они срљају и страдају, сада можемо рећи, обезбеђујући боље шансе за преживљавање врсти у случајевима ризичнијег окружења. Оне јој додају стабилност.

Зато су шимпанзе (вођени алфа мужјацима) ловци распрострањени шире дуж екватора, а њима (и нама) најсроднија врста бонобо мајмуна живи у заштићеној ниши окружена делтом реке Конго. Женске заједнице су сакупљачке, попут велике породице сестара пчелињака, или су лешинари (хијене), или су једноставно толике јединке да им не прети вањска опасност (слонови). Према оваквој теорији, владавина над природом цивилизацију спонтано води ка равноправности, а даље путем развоја правног система у феминизацију. А то је пут врсте у неравнотежу.

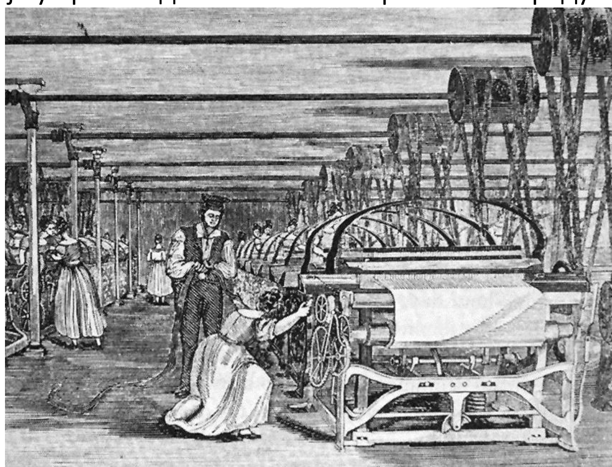
У случају победе мира у свету, амерички облик корпорација и империјализам изгубио би против међународног права. Тај мушки облик организације и мушки начин игре (ко рискира профитира), дуалан је правним системима који су у овој теорији (приближно названи) женским. Увођење унутрашњег реда, углађивање принципима правде и морала, али пре свега због незаустављиве потребе за увек већом сигурношћу, у борби против капитала, лобирања, срљања, сукоб је јин-јанга. То надметање две вредности представља нам се као борба добра и зла. Прекршиоци правила игре сигурности су негативци, са намером ширења доброте на лобисте, затим на дрске који одважним иницијативама доводе друге у ризик, онда и остале који узнемиравају својим можда непријатним намерама, претећим погледом, па и са најмањом неизвесношћу. Коначна победа извесности, међутим, може испасти Пирова.

Развојност

Доследно теорији која претпоставља да постоје објективне случајности, редефинишемо и појам развојности. Промене са којима долазе новине, оригиналности, сматраћемо већим развојем. Рећи ћемо да нема толико развојности у самом кретању Земље око Сунца или у животу вилиног коњица, као што је има наша цивилизација последњих 100 година. Дакле, појмови неизвесност, информација и развојност су на страни насупрот сигурности и ефикасности.

Већ у случају прве примене, на економске и правне развојности, ова дефиниција се чини парадоксалном. Како то да економски најекстензивније земље углавном имају и најразрађеније правне системе? Позитиван економски развој, према овој теорији, на истој је страни са овладавањем неизвесношћу, иновацијама, одважношћу, док су законодавство, администрирање и уопште повећање обима државних ограничења, на супротној страни. Апсурдно је да за више оригиналности треба више неоригиналности, ако се не сетимо „најмањег дејства“.

Размотримо то на искуству индустријске револуције у производњи текстила. У британском граду Ланкаширу (енг. *Lancashire*), традиционалној грофовији Енглеске, био је центар текстилне производње парним машинама, која се касније проширила на цели Запад. То је био врхунац једне ефикасности након инвентивности, тачка мировања након кретања.



Power Weaving 1836

Ват[79] је 1775. године патентирао клипни парни мотор који трансформише топлотну енергију водене паре у механички рад, углавном у ротационо кретање. Убрзо је почела примена његове машине у индустрији западних земаља, која се назива индустријска револуција из периода 18. и почетка 19. века. Она је значајна због великог економског развоја који је са њом уследио. Међутим, да није било нових иновација, до данас би се њихов економски развој зауставио.

Парадоксалност ефикасности је у њеном спречавању развојности. Отуда познате капиталистичке кризе за које до сада нисмо видели задовољавајуће теоријско објашњење. Када достигне врхунац у структури произодње профита, максимумом ефикасности, друштво постиже и свој минимум развојности. Следи заостајање за другима за које бисмо рекли да је пад ефикасности чак и када се у начину пословања баш ништа не би мењало. Евентуални опоравак тако посрнуле привреде могућ је скоком у нову ефикасност. Овде „нова“ значи тако другачија ефикасност да је обавезно праћена продором у области неизвесности, дакле оригиналношћу и развојношћу. Те скокове називамо кризама капитала.

Нема развојности без случајности и није случајно што је велики индустријски развој постигнут у време ослобађања снага слободе. Индустријска револуција се догађала у време толеранције

[79] James Watt (1736-1819), шкотски машински инжењер.

шврљања и напретка у области технике. Штавише, то је време када је друштво славило проналазаштво и када је та врста занимања почела добијати подршку државних институција. Не заборавимо да и друштва са највећом развојношћу у једној области могу бити веома ригидна у другој, какве су биле рецимо САД у борби против комунизма.

Та репресивна страна заједнице чешће се односила на друштвене појаве, па су знања из тих области зато заостајала. Раширено је веровање данас да социјалне науке не могу бити засниване егзактно. По мени, то је на климавим ногама као што је било слично веровање о случајности у време пре математичке теорије вероватноће. Да није тако, зар би манипулације, дезинформације путем јавних медија и друге забране, биле тако успешне као што знамо да јесу у политици? Оне дају моћ држави закона, упркос нетачним правним претпоставкама.

Законодавство ограничава слободе и каналише развој друштва. Заједно са осталим државним институцијама, оно ствара претпоставке за развојност заједнице. Отуда, када правни систем постигне врхунску ефикасност, када постане презасићен, преоптерећен администрирањем, или донесе превише погрешних закона, развојност друштва се зауставља. Овај закључак је (ваљда) толико невероватан да сам узалуд трошио сате и дане са неким правницима трудећи се да им то образложим. Покушаћу се сетити занимљивијих делова тих разговора.

Изреку „боље икакав закон него никакав“, треба што пре заменити парола „боље никакав закон него икакав“, ако желимо развојност. То је зато што је непредвидљивост, укључујући и оне непријатне ствари које бисмо желели да закон ограничи, неопходан предуслов стварних промена. Као што нема правих оригиналних открића на зацртаним путевима, тако нема нити истинске науке без муке, хоћу рећи без суочавања са страхотама неизвесности.

То виђамо свугде око себе, на несрећу оних који више воле ред, сигурност и ефикасност. На пример, народи Филипина, острвске државе у југоисточној Азији са око 100 милиона становника, патили су од неисцрпног броја смртоносних тајфуна, земљотреса, ерупција вулкана и других природних катастрофа. Ово је због њихове локације дуж „ватреног појаса“ великог региона Тихог океана. Међутим, вештачке непогоде (администрирање) су им биле толерантне на економски развој, па им је прошле (2017) године раст Бруто националног дохотка (GDP) био 6,7 одсто, што је проценат недостижан за све европске земље.

У току највећег пораста америчке империје то је друштво имало малу густину администрирања. Узгред приметимо, нити природа им тада није била пријатељ, бар не толико као Европљанима. Слично је било са Јапаном у време њиховог великог економског успона током друге половине 20. века. Оно што желимо да забранимо чешће је непријатно него што је штетно! То је истина коју законодавство олако превиди и направи штету већу од природне несреће. Ми истину не желимо да чујемо колико оправдање лажи у које верујемо. Проблем са правницима утолико је већи што су они превише тренирани да препознају те популарне жеље пре него истину.

Зашто је толико тешко данашњим људима објаснити оно што је у античкој Грчкој схватано као нормално, да се напором и патњом освајају неизвесности а не хедонизмом и склањањем главе у песак? Може то бити због савремене идеологије људских права. Стављање човека у центар свега корен је наше идеологије, епохе која слави себичност. Кулминација заштите ега појединаца од стране државе постаје згодан изговор за јачање државе закона, па онда мета и основа за злоупотребе те нове снаге од разних интересних група (лобиста).

Тренутно се води борба између правне државе (женски принцип) и корпорација (мушки принцип) за доминацију. Због јин-јанга, излази да у том сукобу нити је добра победа првих без обзира што би то значило мир у свету, нити је добра победа других са потчињавањем правосуђа. Сваки од њих је непријатан завршетак.

Појаснићу ово на битно другачијим примерима. Одавно је примећено да друштво подсећа на живи организам. Оба имају заједничке фазе: младости, зрелости и старости. Овоме ћу само додати да фаза младости има вишка слободе и ризика, а мањка искуства и сугурности. Развој ове вредности полако замењује. То нас подсећа и на јачање правне државе, њене сигурности и ефикасности, старењем.

Затим приметимо да еволуција понекад слабије развијене врсте (условно речено) унапређује удруживањем јединки у колоније и у веће организме. Грубо речено, свака од више трилиона живих ћелија нашег тела у стању је да обавља функције сваке друге, само ако се укључе одговарајући (хемијски) прекидачи. Слично је и са ћелијама ткива стабла, или неког трећег сложеног живог организма. Заједничко свим таквим ткивима, у аналогији са правним системом, је велико одсуство слобода појединих ћелија на уштрб целине. Оне раде веома специјализоване послове, као скоро савршени робови, као роботи (без интелигенције), односно као далеки идеал савремених законодаваца.

Према овој аналогији, успешност обогаћивања друштва администрирањем мерљива је рецимо падом наталитета! Намерно наводим овако неочекиван пример ради охрабрења (можда понеког) читаоца да тестира ове теорије на разне начине, нарочито тамо где неке друге још увек не допиру. Дакле, предлажем да се негативна корелација између густине закона и броја рођене деце по особи упореди са тзв. парадоксом доходак-наталитет, а наталитет са тумором ткива.

Поред тога, очекујем да развојем права друштво стари и феминизира. Надам се, не пребрзо до „општег мира“ на Земљи. То је пут све снажније унутрашње организације, до степена ткива неког организма, када рецимо „мушки принцип“ слаби, а државе постају „друштво сестара“. Оне са више интеракција тада би се мирно удруживале у још сложеније заједнице. Иначе, док год људске заједнице не буду личиле на дрвеће у шуми, а појединци на живе ћелије ткива дрвета, знаћемо да се правни систем још увек бори са негативцима.

Поговор

Као аутор био сам позван да у читаоници Народне и универзитетске библиотеке РС у БЛ (26. фебруара 2010. године) одржим предавање о темама из књига „Математичка теорија информације и комуникације" [5] и „Природа података" [4]. Више интересантних питања је тада остало отворено, а нека су била повод за рад на преостале три књиге штампане наредних година и овде препричане.

Је ли информација довољно физичка појава да ми имамо слободну вољу? Ако јесте, може ли се онда најтврђи орах детерминизма, класична механика, то упориште механицизма објашњавати помоћу вероватноће? Постоји ли још нека вероватноћа у квантној физици осим Борнове? Постоји ли потпуна извесност? Како се то одражава на структуру васионе?

Надам се да је читалац приметио дубину и неиспитаност ових тема, али и да оне нису недодирљиве. То би могло мотивисати понеког будућег истраживача, верујем, као и да описану проблематику приближи мање упућенима. Да квантну механику не остави на чистом математичком формализму, а даље ништа, са немоћним професором квантне физике који свом радозналом студенту мора рећи: „Не размишљај, него ћути и рачунај!"

Додатак

Посебну захвалност дугујем колегама који су као лектори (или рецензенти) пажљиво прегледали текст књиге и након тога ми дали веома корисне примедбе. Следећи прилози откривају део озбиљности њиховог рада.

O kontinuumu, konačnosti i Platonu

Koliko su realni brojevi zaista realni?

Britanski biolog Rupert Šeldrejk (Sheldrake) je jednom rekao da je u svom životu upoznao mnogo matematičara i da nije naišao ni na jednog za koga se ne bi moglo reći da je platonista (ili se možda kaže platoničar). Oni koji nisu upućeni u antičku grčku filozofiju dovoljno je da bace pogled na Wikipediju i tamo će naći osnovne podatke o Platonu, velikom filozofu starog vijeka. Tu se mogu upoznati sa najbitnijim postavkama njegove filozofije i saznati da je polazište njegove filozofije učenje o **idejama**, koje su jedina prava stvarnost, a materijalni svijet, tj. svijet koji se percipira čulima samo je slika svijeta ideja. Ideje su vječne i nepromjenljive, a osjetna bića su promjenljiva i nesavršena te postoje samo po sudjelovanju u idejama. Među idejama postoji hijerarhijski red. Najviša je ideja **dobra** koja je istovjetna s božanstvom. Svaka ideja postoji i ima mjesto na hijerarhijskoj ljestvici po većem ili manjem sudjelovanju u ideji dobra. Nasuprot svijetu ideja stoji **materija**, koja takođe, kao haotična, nesređena masa, postoji od vječnosti. Svijet nastaje tako da **demijurg** (tj. tvorac koga ne treba poistovijetiti sa božanstvom) oblikuje materiju po uzoru na ideje. Pritom Platon ne tumači u kakvom je odnosu demijurg prema ideji dobra, tj. božanstvu, niti u kakvom su odnosu ideje prema božanstvu. Po Platonu spoznaja je tek sjećanje na svijet ideja, koje je to uspješnije što se duša čistim životom više oslobađa uticaja tijela.

Potrebno je napomenuti da sama riječ ideja (koja je grčkog porijekla) danas ima drugačije značenje nego u Antici. Zapravo, ta riječ danas ima čitavo mnoštvo različitih značenja, a njeno izvorno značenje se gotovo izgubilo. To izvorno značenje bi mogli opisati kao: vidljiva i nesavršena predstava nekog koncepta, ili transcendentalnog entiteta.

Zaista je mnogo matematičara koji, da tako kažemo, „žive i rade“ u svijetu matematičkih istina, teorema i njihovih dokaza. Neki od njih čak otvoreno kažu da su pristalice Platona i da mogu poistovijetiti njegov svijet ideja sa svijetom matematičkih istina. Ovdje bismo mogli spomenuti dansko-američkog matematičara i kvantnog fizičara Maksa Tegmarka (Max Tegmark) koji je napisao dosta čitanu knjigu pod naslovom „Naš matematički svijet“ (eng. Our mathematical world). Kolega Rastko Vuković je, po mom mišljenju, negdje na sredini. Njegov rad pratim već dugi niz godina i mislim da je neosporno da postoji taj „platonizam“ u njegovom promišljanju o matematici, kvantnoj fizici, teoriji informacija, kontinuumu i konačnosti, stvarnosti i percepciji. On to samo djelimično priznaje i insistira da „svijet istina“ kako ga on zove nije isto što i Platonov svijet ideja. Ipak, ostavimo čitaocima da formiraju svoje mišljenje o tome.

Ovdje bih se htio osvrnuti na ključnu postavku iz više knjiga kolege Vukovića, možda najbolje rezimiranu u predgovoru knjige „Mnogostrukosti“:

„Ово је теорија о супстанцијалном свету физике који је веома занемарљив део светских законитости, привремено називан реалношћу унутар псеудо-реалности, а онда и о живим бићима

која су скоро безначајни делови целокупног материјалног окружења. То је покушај повезивања математике, физике и живота на егзактан, или бар на озбиљан природно-филозофски начин."

Za supstancijalni (materijalni) svijet, kaže autor, važi princip konačnosti (ili bar beskonačne prebrojivosti), dok je pseudo-realni svijet istina kontinuum. Svi koji malo bolje znaju matematiku sjetiće se ključne razlike između konačnih i beskonačno prebrojivih skupova (napr. skupa prirodnih i skupa racionalnih brojeva) sa jedne strane, te neprebrojivih skupova (napr. skupa realnih brojeva ili skupa svih tačaka prave) sa druge strane. Za ove druge važi princip kontinuuma.

Među matematičarima i fizičarima već dugo traje sporenje oko toga da li je svijet koji nas okružuje u svojoj najdubljoj suštini kontinualan ili diskretan. Spor je daleko od toga da bude odlučen na jednu ili drugu stranu. Iako se kolega Vuković nije, da tako kažem, direktno uključivao u ovu raspravu, mislim da je ipak, svojim knjigama, dao značajan doprinos ovom pitanju. Tu prije svega mislim na ono što on naziva „princip konačnosti" i „princip vjerovatnoće". Ne želim da zauzimam stav o ovoj stvari, već bih radije dao riječ pametnijima od sebe. Predstaviću ovdje jednu polemiku između dvojice značajnih savremenih matematičara (i informatičara) Amerikanca Gregorija Čejtina (Gregory Chaitin) i Britanca Edvarda Ešforda Lija (Edward Ashford Lee) o kontinuumu i diskretnosti, te realnosti i realnim brojevima. Ovo radim i zato da bih ilustrovao u kojoj mjeri je kolega Vuković u toku sa najaktuelnijim zbivanjima u matematici i teorijskoj fizici.

Gregori Čejtin, koji je najpoznatiji po svojim doprinosima algoritamskoj teoriji informacija, doveo je u nekim svojim radovima u pitanje „realnost" realnih brojeva. On je naglasio matematičke, filozofske i računarske poteškoće sa realnim brojevima i zaključio da te poteškoće podrivaju opšteprihvaćenu pretpostavku da realni brojevi stoje iza fizičke realnosti, te je odlučno sugerisao da fizička realnost mora zapravo biti diskretna, digitalna i kompjutaciona (računska).

Navodeći prvi primjer poteškoća sa realnim brojevima, Čejtin citira velikog francuskog matematičara Emila Borela (Emile Borel), najpoznatijeg po fundamentalnim radovima o teoriji mjere i teoriji vjerovatnoće. Borel, naime, tvrdi da ako stvarno prihvatimo pojam realnog broja kao beskonačne sekvence cifara (napr. broja $\pi = 3.1415926 ...$), tada bismo mogli staviti cjelokupno ljudsko znanje u jedan jedini realan broj.

Čejtin naziva ovaj broj „Borelov začuđujući sveznajući realni broj. "

Jedan način da se konstruiše Borelov broj je da se izlistaju, po nekom redoslijedu, sva da-ne pitanja koja imaju odgovore (ako bi Borelova pitanja bila, recimo, na francuskom jeziku tada bi se mogla poredati po dužini tj. broju karaktera, a zatim po alfabetskom redu). Ona se mogu tako izlistati zato što je skup svih tekstova u bilo kom fiksnom pisanom jeziku prebrojiv. Tada se Borelov broj može predstaviti u binarnom obliku kao $0,b_1b_2b_3 ...$ gdje je $b_i = 0$ ako je odgovor na i-to pitanje NE, a 1 ako je DA. Broj koji se dobije je realan broj između 0 i 1.

Čejtin zaključuje da Borelov broj ne može postojati na bilo kakav razuman način, prije svega zato što nije moguće „znati sve". Edvard Ešford Li, međutim, misli da postoje neki problemi sa ovakvom argumentacijom. Prvo, šta to znači da neki broj „postoji"? Njemački filozof Imanuel Kant napravio je

razliku između svijeta kakav jeste, stvari-po-sebi, (das Ding an sich na njemačkom), i fenomenalnog svijeta, ili svijeta kakav nama izgleda. Ako pretpostavimo da ono što Čejtin podrazumijeva pod „postojanjem“ je da je to stvar-po-sebi, u tom slučaju, bilo da se sveznajući broj otkriva nama, postajući fenomen, ili ne, to je irelevantno za njegovo postojanje.

U stvari, ako Borelov broj postoji kao stvar-po-sebi, izvan nas, onda se on ne može otkriti nama. U svojoj nedavno objavljenoj knjizi „Platon i štreber“ (eng. Plato and the Nerd), Ešford Li razmatra teoremu Kloda Šenona (Claude Shannon) o kapacitetu kanala iz 1948 godine, koja tvrdi da bilo koja opservacija sa šumom bilo čega, prenosi samo konačan broj bita informacije. Borelov sveznajući broj ne može biti kodiran sa konačnim brojem bita osim ako lista svih mogućih da-ne pitanja nije konačna, što nije slučaj. Lako je konstruisati beskonačnu sekvencu validnih da-ne pitanja. Na primjer, neka prvo pitanje bude „Da li je jedan cio broj?“ Neka drugo pitanje bude „Da li je odgovor na prvo pitanje DA?“ Neka treće pitanje bude "Da li je odgovor na drugo pitanje DA?" i tako dalje. Kao posljedica, Borelov broj se ne može otkriti nama osim ako ne izmislimo neki bešumni način za opserviranje stvari-po-sebi. Pretpostavljajući da takav bešumni kanal ne postoji, teorema o kapacitetu kanala implicira da ne možemo znati Borelov broj. Ali to ni na koji način ne podriva njegovo postojanje.

Vraćajući se na izvorno pitanje, da li su realni brojevi zaista realni (stvarni), Ešford Li se pita da li su brojevi stvarni? On tvrdi da ovdje postoji rizik od toga da se pobrka geografska mapa sa stvarnom teritorijom. Da bi brojevi bili stvarni, moramo pretpostaviti Platonova nebesa gdje univerzalne istine postoje nezavisno od ljudi. Brojevi, bilo da su cijeli, racionalni ili realni, bili bi prvi „građani“ ovakvih nebesa. Pošto je postojanje ovakvih nebesa nezavisno od postojanja ljudi, tada naše znanje o bilo čemu u njima mora biti nekako dobijeno, ili preko opservacije ili preko introspekcije. Ako je preneseno nama preko opservacije, tada će ono biti subjekt Šenonove teoreme o kapacitetu kanala, i u tom slučaju možemo samo znati o stvarima koje se mogu kodirati konačnim brojem bita. Ako je preneseno nama preko introspekcije, tada je njihovo postojanje stvar vjere, pošto je njihovo postojanje nezavisno od nas, a ne postoji veza između te introspekcije i stvari-po-sebi, po definiciji introspekcije.

Drugi primjer problema vezanih za realne brojeve o kojima govori Čejtin je Rišarov paradoks, nazvan po francuskom matematičaru Žilu Rišaru (Jules Richard) koji ga je prvi opisao u jednom pismu iz 1905 godine. Rišar je ukazao na to da svi mogući tekstovi na francuskom jeziku mogu biti izlistani po nekom redoslijedu na način sličan Borelovim da-ne pitanjima. Jedan podskup ovih tekstova opisuje ili imenuje realne brojeve. Ali lako se može opisati broj koji nije opisan u toj listi. Pogledajmo rečenicu „najmanji broj koji nije moguće opisati u manje od dvanaest riječi.“ Ovih jedanaest riječi izgleda da definišu broj koji ne može biti na listi opisanih brojeva. Rigoroznija forma ove argumentacije bi koristila Kantorovu (Cantor) tehniku dijagonalizacije. Tekst bi opisivao tu tehniku dijagonalizacije, i stoga bi opisivao broj koji nije na listi svih brojeva koji se mogu opisati ili imenovati.

Ešford Li kaže da svaka interpretacija teksta kao broja na nekom jeziku (napr. francuskom ili engleskom) zavisi od pojma semantike, pa u svojoj knjizi Plato and the Nerd naglašava da „pojam semantike može iskoristiti prebrojivi svijet softvera na neprebrojivo mnoštvo načina.“ Semantika povezuje ljudsku spoznaju sa formalnim i prebrojivim svijetom simbola, ali mi nemamo dokaza da je kognitivni svijet

formalan i prebrojiv. Moguće je da Rišarov paradoks demonstrira da pisani jezik mora biti dvosmislen, možda zato što on premošćuje prebrojivi svijet sa onim neprebrojivim (kognitivnim).

Čejtin ukazuje na to da kada eliminišemo semantiku, mnogo gubimo:

„Formalni jezici izbjegavaju paradokse uklanjajući dvosmislenosti prirodnih jezika. Paradoksi su eliminisani, ali je za to plaćena cijena. Paradoksalni prirodni jezici su otvoreni sistemi koji evoluiraju. Vještački jezici su statički zatvoreni sistemi koji su subjekti limitativnih meta-teorema. Paradoksi su izbjegnuti, ali ostala nam je samo lešina!“

U formalnim jezicima, paradoksi se svode na nekompletnost po Gedelu (Goedel) i neodlučivost po Tjuringu (Turing), koji su suvi, da kažemo „bezdušni“ koncepti kada se uporede sa nijansama i dvosmislenostima u prirodnim jezicima.

Pretpostavimo da su brojevi modeli (mape) koji odražavaju neku stvarnost (teritorije). Uz tu pretpostavku, Čejtinovo pitanje postaje pitanje da li su realni brojevi tačni modeli neke fizičke realnosti. Možemo postaviti pitanje da li su realni brojevi korisni modeli, ali to pitanje izgleda trivijalno; znamo da jesu. Dakle, treba se fokusirati na pitanje da li su realni brojevi tačni modeli stvarnosti. Čejtin primjećuje da neki fizičari smatraju da nisu:

„Posljednji snažni nagovještaji u smjeru diskretnosti dolaze iz kvantne gravitacije [Smolin, 2000], a posebno iz Bekenštajnove (Bekenstein) granice i tzv. 'holografskog principa'. Prema ovim idejama količina informacije u bilo kom fizičkom sistemu je ograničena, tj. ona je konačan broj 0/1 bitova.“

Ešford Li tvrdi da je u svojoj knjizi Plato and the Nerd pokazao da ova hipoteza o „digitalnoj fizici“ nije provjerljiva (eng. falsifiable), te da stoga nije naučna u smislu filozofije Karla Popera iz 1959 godine. Ona se samo može uzeti kao vjera. Osim toga, tvrdi Li, argumenti za digitalnu fiziku su zasnovani na pogrešnoj interpretaciji Bekenštajnove granice koja je propustila da prepozna razliku između entropije diskretne slučajne varijable (koja predstavlja informaciju u bitima) i entropije kontinualne slučajne varijable (koja ne predstavlja informaciju u bitima).

Čejtin takođe koristi biologiju da podupre svoju digitalnu vjeru:

„Drugi nagovještaji dolaze iz ... molekularne biologije gdje je DNK digitalni softver života ...“

Ešford Li ovdje citira autora Džordža Dajsona (George Dyson) iz njegove knjige Tjuringova katedrala (Turing's Cathedral) iz 2012 godine:

„Problem samoreprodukcije je fundamentalno problem komunikacije, preko kanala sa šumom, iz jedne generacije u sljedeću.“

Pošto je reprodukcija kanal sa šumom, ona može prenijeti samo informacije koje mogu biti kodirane konačnim brojem bita. DNK, stoga, može takođe biti kodirana digitalno. Ne bi bilo svrhe u nekom „bogatijem“ kodiranju. Da li DNK kodira ljudska bića? Ešford Li u svojoj knjizi kaže ovako:

„Samo osobine koje mogu biti kodirane konačnim brojem bita mogu preći iz generacije u generaciju, u skladu sa teoremom o kapacitetu kanala. Ako um, ili osobine uma kao što su znanje, mudrost i naša svijest o sebi, ne mogu biti kodirane konačnim brojem bita, tada ove osobine naše potomstvo ne može naslijediti. Izgleda sigurno da DNK ne kodira um zato što um vaših potomaka nije vaš, pa čak nije ni kombinacija umova oba biološka roditelja. ...

Ako um zahtijeva mehanizme izvan digitalnih za svoje funkcionisanje i karakter, tada um ne može biti prenesen putem bilo kog mehanizma preko kanala sa šumom. Vaš um je u potpunosti samo vaš. Ne samo da ne može biti prenesen na vaše potomke, već ne može biti prenesen nigdje. On nikada neće moći boraviti u nekom drugom hardveru osim ako ne izmislimo kanal bez šuma. Biološko nasljeđivanje ne može obezbijediti kanal bez šuma jer ako bi se to desilo, ne bi bilo mutacija, ne bi bilo evolucije, ne bi bilo ljudskih bića i ne bismo uopšte imali um. Genetičko nasljeđivanje je nužno digitalno, ali umove formira nešto više od genetike. "

Čejtinova primjedba se fundamentalno odnosi na pojam kontinuuma, koji sigurno dovodi do konceptualnih poteškoća u formalnim jezicima logike i matematike koje su ljudi izmislili. Ali ovi formalni jezici „žive" u prebrojivom svijetu, tako da ne treba biti iznenađenje što imaju poteškoće pri sveobuhvatnom manipulisanju jednim neprebrojivim svijetom. Uprkos ovim teškoćama, kognitivni pojam kontinuuma nije uopšte težak za razumijevanje. Poteškoće se javljaju samo onda kada pokušavamo da komuniciramo (saopštavamo), na primjer imenovanjem ili opisivanjem svih realnih brojeva. Ali moguće je razumjeti i bez komuniciranja. Zapravo, prenošenje razumijevanja na druge je notorno težak posao. To zna svaki prosvjetni radnik.

Ešford Li zaključuje da hipoteza da um može biti kodiran digitalno nije, kao ni digitalna fizika, provjerljiva sve dok ne budemo mogli izmisliti neki način da bez šuma mjerimo um. Pošto nemamo takvo bešumno mjerenje, ova hipoteza nije naučna. Ako u stvari um počiva na kontinuumu za svoje kognitivne funkcije, to bi moglo objasniti zašto kognitivne funkcije ne mogu biti naslijeđene i zašto naši umovi mogu da barataju sa realnim brojevima, uprkos paradoksima.

Čejtin se oslanja na antičke Grke kada daje svoj sveobuhvatni zaključak:

„Prema Pitagori sve je broj, a Bog je matematičar. Ova tačka gledišta je radila dosta dobro tokom razvoja moderne nauke. Međutim, sada se javlja neo-Pitagorejska doktrina, prema kojoj su sve 0/1 bitovi, a svijet je sagrađen u potpunosti od digitalne informacije. Drugim riječima, sada je sve softver, Bog je kompjuterski programer, a ne matematičar, a svijet je džinovski sistem za procesiranje informacija, džinovski kompjuter."

Po Edvardu Ešfordu Liju ova tvrdnja opisuje vjeru, a ne naučni princip.

Toliko o tome. Polemika se nastavlja...

Koliko ima dimenzija?

A sada nešto sasvim drugačije. Kolega Rastko Vuković već duže vrijeme zastupa tezu (koja se može naći i u knjizi „Mnogostrukosti") da svijet nema samo 4 dimenzije (3 prostorne tj. dužinu širinu i visinu, te

jednu vremensku). To doduše nije ništa novo, teorija struna koja važi za jednu od najperspektivnijih (i najplodnijih sudeći po broju objavljenih naučnih radova u najprestižnijim naučnim časopisima) barata sa, ako se ne varam, nekih 11 dimenzija. Te su dimenzije (ako prihvatimo stavove teorije struna) doduše mikroskopske i ne manifestuju se u našem makroskopskom svijetu koji je za nas i dalje 4-dimenzionalan. Međutim, kolega Vuković zastupa tezu da svijet ima 3 prostorne i 3 vremenske dimenzije. To je veoma ubjedljivo razradio u svojim ranijim knjigama (za one koji mogu njegovu logiku da prate i shvate). Koliko je meni poznato, niko osim njega ne zastupa ovu (hipo)tezu. I opet, pokušaću da pozovem u pomoć ljude učenije od mene. U ovom slučaju to su Džerald Vitrou (Gerald Whitrow), engleski kosmolog i Džon Barou (John D. Barrow) američki fizičar.

Vitrou je bio prvi koji je 1955 godine povezao broj dimenzija prostora sa postojanjem živih posmatrača. Postavio je pitanje : „Zašto vidimo Univerzum koji ima 3 (prostorne) dimenzije?“ i pokušao da nađe odgovor u tvrdnji da misleći posmatrači mogu postojati samo u 3-dimenzionalnim svjetovima. Sugerisao je da bi bilo moguće izvesti dimenzionalnost svijeta iz činjenice da mi (ili neka druga forma inteligentnog života) postojimo:

„Ova fundamentalna topološka osobina svijeta ... može se posmatrati kao jedinstveni prirodni pratilac određenih drugih kontingentnih karakteristika povezanih sa evolucijom viših oblika zemaljskog života, posebno Čovjeka, formulatora problema.“

Svoju argumentaciju je razradio u popularnoj knjizi o kosmologiji koju je objavio četiri godine kasnije. Pokušao je da eliminiše mogućnost 2-dimenzionalnog svijeta koji podržava život tvrdeći da bi neizbježne intersekcije veza između nervnih ćelija u dve dimenzije dovele do kratkog spoja pri kreiranju kompleksnih neuralnih mreža.

Pristup Vitroua je prva primjena onoga što se sada zove „antropski princip“. Koristeći ono što znamo danas, možemo taj princip proširiti još i dalje. Ako ćemo da razmišljamo kako bi svijet mogao da izgleda ukoliko bi njegovi zakoni ostali isti, a mijenjao se broj prostornih dimenzija, postavlja se pitanje zašto tu stati? Zašto se ne upitati šta bi se desilo ako bi i broj vremenskih dimenzija bio drugačiji?

Mogućnost univerzuma sa različitim brojem dimenzija i prostora i vremena su istraživali brojni naučnici. Baš kao kada razmatramo univerzume sa drugim dimenzijama prostora i jednom dimenzijom vremena, možemo pretpostaviti da prirodni zakoni zadržavaju istu matematičku formu, ali dozvoljavaju da broj dimenzija prostora i vremena slobodno varira kroz sve mogućnosti. Ta situacija je prikazana na donjoj slici.

Džon Barou kaže da se ta „šahovska tabla“ svih mogućnosti može dramatično smanjiti uzimanjem u obzir samo malog broja razumnih zahtjeva koji izgledaju neophodni da bi procesiranje informacija, memorija i uopšte „život“ mogli postojati. Ako bismo htjeli da budućnost bude određena sadašnjošću tada eliminišemo sve one regione na „šahovskoj tabli“ koji su označeni kao „nepredvidivi“. Ako želimo stabilne atome koji postoje uporedo sa stabilnim orbitama tijela (planeta) oko zvijezda tada moramo da odbacimo dijelove koji su označeni kao „nestabilni“. Otpisujući svjetove u kojima postoje samo signali brži od svjetlosti ostaje nam naš sopstveni svijet sa 3+1 dimenzijom prostora i vremena zajedno sa vrlo jednostavnim svjetovima koji imaju 2+1, 1+1 i 1+2 dimenziju prostora plus vrijeme. Takvi svjetovi se

obično smatraju previše jednostavnim da bi u njima bilo živih bića. Na primjer, u 2+1 svijetu nema gravitacionih sila između masa i postoji neizbježna jednostavnost dizajna koja sprečava bilo kakvu evoluciju neke kompleksnosti.

Broj vremenskih dimenzija						
5		Nestabilno				
4						
3	Nepredvidivo	Brže od svjetlosti (tahioni)		Nepredvidivo		
2		Previše				
1		jednostavno		Mi smo ovdje	Nestabilno	
0				Nepredvidivo		
	0	1	2	3	4	5
	Broj prostornih dimenzija					

Uprkos ovim ograničenjima, bilo je mnogo spekulacija oko toga kako bi različiti uređaji mogli biti konstruisani u 2-dimenzionalnim svjetovima. Već smo pomenuli primjedbe Vitroua vezano za odgovarajuću neuralnu kompleksnost u 2D svijetu. Mreže su ekstremno ograničene jer se putanje ne mogu mimoilaziti bez intersekcija.

Svjetove sa više od jedne vremenske dimenzije je teško zamisliti i čini se da nude mnogo više mogućnosti. Nažalost, oni izgleda nude toliko mnogo mogućnosti da su elementarne čestice materije daleko manje stabilne nego u svjetovima sa jednom vremenskom dimenzijom. Protoni bi se mogli lako raspasti u neutrone, pozitrone i neutrine, a elektroni bi se mogli raspasti u neutrone, antiprotone i

neutrine. Ukupni efekat viška vremenskih dimenzija bi bio taj da bi učinio kompleksne strukture krajnje nestabilnim osim ako one ne bi bile zamrznute u uslovima ekstremno niske temperature.

Kada razmatramo svjetove sa prostornim i vremenskim dimenzijama različitim od 3+1 nailazimo na jedan vrlo izražen problem. Svjetovi sa više od jedne vremenske dimenzije ne dozvoljavaju da budućnost bude predviđena iz sadašnjosti. U tom smislu oni su više slični svjetovima bez vremenske dimenzije. Kompleksni organizovani sistemi, poput onih potrebnih za život, ne bi bili u stanju da koriste informacije prikupljene iz svog okruženja za neko svoje buduće ponašanje. Oni bi ostali jednostavni. Suviše jednostavni da bi spremali informacije i evoluirali.

Ako bi broj dimenzija prostora i vremena bio izabran slučajno i kad bi svi brojevi bili mogući tada bismo očekivali da taj broj bude veoma veliki. Prilično je nevjerovatno da bi bio izabran mali broj. Međutim, ograničenja koja postavlja potreba da imamo „posmatrače“ koji bi pričali o problemu znače da nisu sve mogućnosti raspoložive i da smo prisiljeni da budemo u 3-dimenzionalnom prostoru. Sve druge alternative bile bi bez života. Ako bi naučnici u nekom drugom univerzumu poznavali naše zakone ali ne i broj dimenzija u kojima mi živimo, mogli bi izvesti taj broj iz same činjenice da mi postojimo.

Na kraju, vidjeli smo da pristup Vitroua pitanju zašto prostor ima 3 dimenzije vodi do dalekosežnih zaključaka o tome kako je i zašto je 3-dimenzionalni svijet sa jednom strijelom vremena poseban. Alternative su previše jednostavne, previše nestabilne ili previše nepredvidive za evoluciju kompleksnih posmatrača i njihov opstanak u njima. Kao rezultat, ne bismo trebali biti iznenađeni što živimo u 3 dimenzije prostora koje su izložene na milost i nemilost jednom vremenu. Izgleda da nema alternative.

Duško Milinčić, dipl. inž. el.tehnike
Banjaluka, 26.08.2018.

Sa stanovišta fizike

U izuzetno zanimljivoj i širokom krugu čitalaca pristupačnoj knjizi autor nam na novi i jednostavniji način dočarava izuzetno zanimljive teme iz fizike i matematike, neke od već ranije u njegovim knjigama do detalja tumačenih. Koji su to faktori odluka koje donosimo mi kao svjesna bića, a i sama priroda kojom ne možemo upravljati? Pokazuje se da se cjelokupna materija pokorava zakonima koje možemo matematičkim jezikom opisati i tumačiti. Od mnoštva tema koje koje su navedene reći ću ponešto o nekima.

O percepciji slobode

Jedna od takođe ranijih tema je veoma zanimljiva percepcija slobode. Kolika je zapravo sloboda koju imamo i šta ona predstavlja? Znamo da je ograničena zakonima i organizacijama koje određuju naše ponašanje. S jedne strane postoji sposobnost korišćenja datih opcija koje pojedinac ima ili tzv. „inteligencija“ pojedinca, a s druge strane je sama „hijerarhija“ okruženja, koja ograničava opcije pojedinca. Jedno je sloboda, a drugo nesloboda i one dolaze uvijek u parovima. Pomnoženi parovi u zbiru daju informaciju percepcije, slobodu ili životnost. Zanimljivo je primijetiti da što su manja ograničenja ili neslobode na koje pojedinac nailazi, što podrazumijeva i izbjegavanje ograničenja i sukoba na koje možemo naići, to je pojedinac manje slobodan ili možemo reći, manje životan. To ide u prilog jako dobro poznatoj činjenici da su osobe koje ne bježe iz sukoba već naprotiv u njih ulaze s hrabrošću u životu uspješnije i srećnije. Time čovjek ispoljava sebe u preprekama na koje nailazi, što opet vezujemo za kreativnost a time i slobodu.

Takođe, ova razmatranja se mogu povezati sa, veoma dobro poznatim u nauci, Hajzenbergovim relacijama. S jedne strane, možemo mjeriti položaj čestice, ali što ga preciznije mjerimo, gubimo na preciznosti mjerenja impulsa, odnosno brzine same čestice. Dakle, postoji sloboda mjerenja, ali postoji i ograničenje koliko mjerenjem možemo spoznati ponašanje te kvantne čestice. To ograničenje je u nepreciznosti samog mjerenja. Mjerenje ovih nepreciznosti koje se javljaju, odnosno grešaka, određuje informaciju percepcije koju dobijamo mjerenjem. Štaviše, sva mjerenja koja se uopšte u nauci vrše imaju određenja ograničenja, koja izražavamo u vidu mjernih grešaka.

Zanimljivo je da princip neodređenosti leži u osnovi mnogih objašnjenja pojava odnosno daje nam mnoge informacije upravo zahvaljujući svojoj „neodređenosti“. Na primjer, atomi koje predstavljaju negativno naelektrisani elektroni koji kruže oko pozitivno naelektrisanog jezgra, ne bi trebalo da mogu biti u takvoj stabilnoj konfiguraciji, jer se te dvije čestice suprotnih naelektrisanja međusobno privlače, što bi naravno dovelo do kolapsa samog atoma. Tu uskaču u pomoć relacije neodređenosti: ako elektron priđe suviše blizu jezgru, onda je njegov položaj u prostoru previše precizno poznat, i stoga je greška mjerenja njegovog položaja zanemarivo mala. Ovo znači da je greška mjerenja impulsa elektrona (a time i njegove brzine) ogromna. U tom slučaju, elektron bi se mogao kretati toliko brzo da se u potpunosti oslobodi iz atoma, čime atom gubi svoju strukturu odnosno svoj uopšte identitet.

Hajzenbergove relacije daju i objašnjenje nuklearnog alfa-raspada, pri čemu se iz teških jezgara oslobađaju alfa-čestice (2 protona i 2 neutrona). Primjer je uranijum-238. Alfa čestice se inače nalaze vezane unutar teških jezgara i potrebno je da se uloži velika količina energije da bi se one oslobodile iz jezgra. Ali pošto alfa-čestica unutar jezgra ima veoma precizno određenu brzinu, njen položaj nije

precizno određen. Ovo znači da postoji mala, ali različita od nule, šansa da se čestica čestica nađe van jezgra, iako tražena energija oslobađanja nije data. Ovo se zaista dešava u čuvenoj pojavi „kvantnog tuneliranja", gdje čestica uspijeva da prođe kroz barijeru jezgra i oslobodi se, koju inače ne može da preskoči (zbog nedostatka energije koji potiče od njene zarobljenosti). I to tuneliranje kroz barijeru je objašnjenje pojave ove vrste radioaktivnosti.

Možda najneobičniji rezultat principa neodređenosti je vakuum. Definišemo ga kao odsusvo materije, odnosno prazan prostor. Međutim, u kvantnoj teoriji, postoji inherentna neodređenost u količini energije koja se javlja u kvantnim procesima i vremenskog intervala u kojem se taj proces odvija. To je ujedno i drugi oblik relacija neodređenosti dat kao proizvod neodređenosti pomenute energije i vremena, koje daju iste vrijednosti kao i proizvodi neodređenosti impulsa i položaja kvantnog sistema (čestice). Takođe, važi da što je više ograničena jedna promjenljiva, to je druga promjenljiva manje ograničena. Stoga je moguće da za veoma male vremenske intervale, energija kvantnog sistema može biti veoma neodređena, toliko neodređena da se čestice mogu pojavljivati iz samog vakuuma. To su zapravo parovi čestica (materije) i antičestica (antimaterije), npr. elektron i pozitron. Oni se javljaju u kratkom vremenskom intervalu i zatim se međusobno poništavaju (anihiliraju).

Stoga neodređenosti koje predstavljaju ograničenja materiji nametnuta samom prirodom materije se ogledaju i u ovoj, za kvantnu mehaniku ključnoj, Hajzenbergovoj relaciji, koja nam daje percepciju kvantnih procesa, bez kojih ne bi bilo ni informacije, odnosno postojanja i slobode same prirode.

O dimenzijama

Dimenzionalnost Svemira se postavlja kao jedno od savremenih naučnih pitanja, je takođe pojašnjeno u ovoj knjizi. Kako odrediti dimenzionalnost? Inžinjer bi dimenzije našao mjerenjem dužine i odredio da ih ima tri. Matematičar bi mogao pomoću geometrijskih figura da, ektrapolacijom, zaključi da postoji beskonačno mnogo ivičnih linija tih figura, koje zapravo određuju dimenzije. Fizičar, iz trećeg ugla, posmatrajući Svemir i gravitaciono privlačenje koje je zavisno od kvadrata udaljenosti nebeskih objekata, bi mogao zaključiti da postoje tri dimenzije. Međutim, u matematičkim jednačinama u kojima se opisuje prostiranje svjetlosti sa tih objekata kroz Svemir, dolazi se do četiri dimenzije. A zatim uviđa da, povezivanjem teorije gravitacije i svjetlosti, dolazi do najmanje deset dimenzija.

Međutim, Svemir nije samo prostor. Matematičar Minkovski je pokazao da ono što je fizičar Ajnštajn u svojoj Specijalnoj teoriji relativnosti postulirao da objasni kako se svjetlost kreće stalnom brzinom u odnosu na sve posmatrače, se najbolje izražava u četiri dimenzije. Umjesto odvojenog prostora i vremena on predlaže prostor-vrijeme kao ujedinjen pogled na Svemir. U Opštoj teoriji relativnosti, Ajnštajn koristi ovaj koncept i opisuje gravitaciju koristeći dinamički četvorodimenzionalni model Svemira. Prema ovoj teoriji, prostor se može širiti, skupljati, i savijati. Kada bi jedna dimenzija bila skupljena na veličinu manju od atoma, ne bismo je vidjeli. Ali ako bismo mogli posmatrati na skali koja je dovoljno mala, ta skrivena dimenzija bi mogla postati vidljiva. Primjer je akrobata koji hoda po zategnutom konopcu. Može se pomjerati samo naprijed i nazad, ali ne lijevo i desno, niti gore i dole, tako da on vidi samo jednu dimenziju. Mravi koji su mnogo manjih dimenzija, tj.manjih od konopca, mogu da se kreću ukrug oko konopca, te akrobati izgleda da tu postoji dodatna dimenzija.

Svjetlost, koju smo pomenuli, potiče od elektromagnetnih interakcija. Međutim, naučnici su godinama pokušavali da ujedine ovu interakciju sa preostale tri – jaka i slaba nuklearna i gravitaciona interakcija – u elegantnu teoriju fundamentalnih sila. Matematičar Kaluza i fizičar Klajn su nezavisno jedan od drugog bili jedni od prvih predlagača ujedinjenja elektromagnetizma i gravitacije dodajući još jednu dimenziju. Klajn je objasnio da ta peta dimenzija nije uočljiva jer je skupljena u petlju reda veličine 10^{-33} centimetara. Njegovi savremenici su izabrali da istraže postojanje unutrašnjih (apstraktnih, tj. matematičkih) dimenzija, a ne fizičkih. Tako nastaje čuveni Hilbertov prostor, koji koristi beskonačan broj matematičkih dimenzija u koji se može smjestiti neograničen broj kvantnih stanja. Međutim, proširenje četvorodimenzionalnog u petodimenzionalni prostor radi uključenja elektromagnetizma je za Ajnštajna bilo neuspješno. Nekoliko godina kasnije se javlja čuvena Teorija struna, prema kojoj su sve fundamentalne strukture prirode zapravo vibrirajuće strune energije. Matematički ovakva predstava daje 10 ili više dimenzija. Ova teorija se dalje razvija u tzv. M-teoriju, koja uključuje energetske membrane, pored struna. Ovime se zapravo otvara mogućnost postojanja velike dimenzije, koje bi mogla biti obzervabilna. Ova dimenzija bi mogla riješiti problem hijerarhije koji postoji u fundamentalnim interakcijama, gdje je gravitaciona mnogo slabija od ostalih sila prirode. Npr. elektromagnetizma: ako podignemo čelični predmet pomoću malog magneta, vidimo da je magnetno privlačenje jače od gravitacionog privlačenja čitave Zemlje. U teoriji membrana, u realnosti postoje dvije membrane koje su razdvojene procjepom (analogija: Veliki kanjon u Arizoni). Kao što se turisti skupljaju u na ivice kanjona, tako se i čestice skupljaju na membrane. Kao posljedica toga je fizički svijet smješten na njima. Međutim, penjači se mogu kretati van te ivice, a isto tako gravitoni (čestice nosioci gravitacije) su takođe izuzetak i mogu da se kreću i u prostoru između membrana. Pošto gravitoni provode mnogo manje vremena u interakciji sa membranom, gravitacija djeluje mnogo slabija od drugih sila. Dakle, postojanje više dimenzija bi objasnilo zašto je gravitaciona mnogo slabija od ostalih fundamentalnih sila. Jedna mogućnost je da se dio gravitacionog efekta prostire kroz te dodatne dimenzije.

Kako otkriti dodatne dimenzije? Na primjer, pronalaskom čestica koje mogu postojati samo ako su dodatne dimenzije stvarne. Ideja dimenzionalnosti se i dalje razvijala, sve do danas gdje se u čuvenom Velikom Hadronskom Kolajderu (LHC - Large Hadron Collider), akceleratoru čestica na francusko-švajcarskoj granici, radi, između ostalog, na otkrivanju mogućih novih dimenzija. Od otkrića Higsovog bozona 2012., čime je Standardni model čestica upotpunjen, potraga za novim dimenazijama postaje jedan od centralnih zadataka. Postoji nekoliko potencijalnih događaja u sudarima koji bi doveli do otkrića novih dimenzija.

Teorije tvrde da dodatne dimenzije predviđaju postojanje težih verzija čestica iz Standardnog modela u drugim dimenzijama, kao što i atomi imaju svoja energetska stanja – osnovno, sa najnižom i pobuđena, sa višim energijama. Ove teže verzije se nazivaju Kaluza-Klajn stanja i one bi imale ista svojstva kao i standardne čestice (te bi bile vidljive detektorima) ali sa većom masom. Ako CMS (Compact Muon Solenoid) i ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) pronađu Z ili W bozone (čestice nosioce elektroslabe sile) sa masom 100 puta većom, ovo bi značilo da postoje dodatne dimenzije. Takve čestice se mogu otkriti samo pri velikim energijama koje se dostižu u LHC-u.

Ako gravitoni postoje, trebalo bi da se pojave u LHC-u, te da veoma brzo nestanu u dodatne dimenzije. Sudari u akceleratorima čestica izazivaju kretanje čestica u svim pravcima. Graviton može stoga da

izbjegne detektor i time ostavi praznu zonu, koja se vidi kao neravnoteža u impulsu ili energiji tog sudara. Potrebno je proučiti da li je graviton pobjegao u drugu dimenziju ili je nešto drugo u pitanju.

Jedan od njih je stvaranje mikroskopskih crnih rupa, koje su predviđene u teorijama više dimenzija. Šta tačno bi se detektovalo zavisi od osobina same crne rupe, tj. njenih dimenzija, energije pri kojoj se jave itd. Ako se pojave, one nestaju u djeliću sekunde i to u neku od čestica Standardnog modela, što dovodi do ogromnog broja tragova u detektoru koji se mogu uočiti.

Ako dodatne dimenzije zaista postoje, mogle bi objasniti i zašto se Svemir širi brže od očekivanog.

Aleksandra Radić, prof. fizike
Septembar, 2018. godine.

Литература

[1] Растко Вуковић: *КВАНТНА МЕХАНИКА* – репрезентација континуума; радна верзија (26. 4. 2018), Економски институт Бања Лука. (https://www.scribd.com/document/366396575/Kvantna-mehanika)

[2] Растко Вуковић: ПРОСТОР-ВРЕМЕ, принципи физике случајности; Економски институт Бања Лука (мај 2017). (https://www.scribd.com/document/347514158/Principi)

[3] Растко Вуковић: *ИНФОРМАЦИЈА ПЕРЦЕПЦИЈЕ* – слобода, демократија и физика; Економски институт Бања Лука (јули 2016). (https://www.scribd.com/doc/315602275/Informacija-percepcije)

[4] Растко Вуковић: *ПРИРОДА ПОДАТАКА* (прва свеска), расправа о пореклу информације; Нови Глас, Бања Лука, 1999.

[5] Растко Вуковић: МАТЕМАТИЧКА ТЕОРИЈА ИНФОРМАЦИЈЕ И КОМУНИКАЦИЈЕ; Друштво математичара Републике Српске, Бања Лука 1995.

[6] Бранислав Нушић: Аутобиографија. (http://www.rastko.rs/rastko/delo/11228)

[7] Terence Tao: *An introduction to measure theory*; Department of Mathematics, UCLA, Los Angeles, CA 90095 (2010). (https://terrytao.files.wordpress.com/2011/01/measure-book1.pdf)

[8] Marc Mars (Dept. de Fısica Fundamental, Universidad de Salamanca, Plaza de la Merced s/n, 37008 Salamanca, Spain), Jose M. M. Senovilla and Raul Vera (Fısica Teorica, Universidad del Paıs Vasco, Apartado 644, 48080 Bilbao, Spain): *Is the accelerated expansion evidence of a forthcoming change of signature on the brane*? arXiv:0710.0820v2 [gr-qc] 29 Nov 2007 (https://arxiv.org/pdf/0710.0820.pdf)

[9] Richard Feynman: *LECTURES ON PHYSICS*, Copyright © 1965, 2006, 2013 by California Institute of Technology, Michael A. Gottlieb, and Rudolf Pfeiffer (http://www.feynmanlectures.caltech.edu/)

[10] Einstein A, Podolsky B, Rosen N: *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete*? Phys. Rev. 47 (10): 777–780. (1935)

[11] J. S. Bell: *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*. Physics (1964).

[12] Isaac Newton: *OPTICKS*, Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light; 1704. (http://www.gutenberg.org/ebooks/33504)

[13] Valery P. Dmitriyev: *Relativistic force transformation*, Lomonosov University, P.O. Box 160, Moscow, 117574 Russia; arXiv:physics/0507099 [physics.ed-ph] (Submitted on 13 Jul 2005). (https://arxiv.org/pdf/physics/0507099.pdf)

[14] Graham Woan: *Proof of Kepler's laws from Newtonian dynamics*, School of Physics & Astronomy University of Glasgow. (http://radio.astro.gla.ac.uk/a1dynamics/keplerproofs.pdf)

[15] Rastko Vuković: \emph{Coordinates of inscribed circles in a triangle}, February 13, 2015. (https://www.academia.edu/11157402/Coordinates_of_inscribed_circles_in_a_triangle)

[16] Растко Вуковић: Преламање таласа, 2017. (https://www.academia.edu/31013581)

[17] Narendra Swarup Agarwal: *Experimental Proof of Mass in Photon*, Journal of Modern Physics, 2015, 6, 627-633, April 2015. (https://file.scirp.org/pdf/JMP_2015042114060745.pdf)

[18] Narendra Swarup Agarwal: *Wave Particle Duality & Interference Explained*, Journal of Modern Physics, 2016, 7, 267-276, February 2016. (http://file.scirp.org/pdf/JMP_2016020514014070.pdf)